ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, BAND 17, HEFT 7, AUGUST 1933

Eigenschwingungen einer Kegelschale

Von M. J. O. Strutt

(Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven/Holland)

Zusammenfassung

Die Eigenfrequenzen einer dünnen Kegelmantelschale werden berechnet unter der Voraussetzung, daß nur solche Schwingungen auftreten, die keine Dehnung des Mantels zur Folge haben. Die Rechenmethode stammt von Lord Rayleigh[1]). Um den praktisch bei Lautsprecherkegeln auftretenden Verhältnissen nahe zu kommen, wird angenommen, der Kegelmantel sei einerseits von einer dehnungsunfähigen Scheibe abgeschlossen, andrerseits frei. Der Grenzübergang vom Kegel zu den bekannten Formeln für den Zylinder wird durchgeführt. Asymptotisch ergibt sich ein einfacher Ausdruck für die Eigenfrequenzen.

I. Einleitung

Der bewegende Teil (Membran) von Lautsprechern wird häufig aus Steifigkeitsrücksichten in der Form eines Kegels ausgeführt.

Die Differentialgleichungen für die Verformung einer Kegelschale[2]) sind so komplizierter Art, daß eine Berechnung der Eigenfrequenzen auf Grund dieser Gleichungen nicht versucht wurde. Dagegen gelingt die Berechnung nach Rayleighs Methode[1]) für eine *dünne* Schale (was bei Lautsprechern zutrifft) in einfacher Weise.

Führt man Koordinaten auf dem Mantel ein (x in der Erzeugenden-Richtung zur Spitze hin), y in der Tangenten-Richtung senkrecht zur Achse, z in der Richtung senkrecht zur Erzeugenden und zu y nach innen), so gilt vor der Deformation:

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\varrho_1} + \frac{y^2}{\varrho_2}\right)$$

1) Lord Rayleigh, Theory of Sound 1. S. 409. 1926; Sc. Papers 1. S. 551.

2) A. E. H. Love, Elasticity 4. Aufl. S. 603.

mit ϱ_1 und ϱ_2 als Hauptkrümmungsradien ($\varrho_1 = \infty$). Nach der Deformation dagegen:

$$\bar{z} = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\varrho_1 + d\,\varrho_1} + \frac{y^2}{\varrho_2 + d\,\varrho_2} + 2\,\tau\,x\,y\right).$$

Sind nun $\delta(1/\varrho_1)$, $\delta(1/\varrho_2)$ und τ bekannt, so schreibt sich die potentielle Energie pro *Flächeneinheit* des Mantels:

$$(1)\quad U = \frac{2\,n\,d^2}{3}\left\{\left(\delta\frac{1}{\varrho_1}\right)^2 + \left(\delta\frac{1}{\varrho_2}\right)^2 + \frac{m-n}{m+n}\left(\delta\frac{1}{\varrho_1} + \delta\frac{1}{\varrho_2}\right)^2 + 2\tau^2\right\}.$$

wo $2d$ die Schalendicke $E = -3n/m\left(m - \frac{n}{3}\right)$, E den Elastizitätsmodul, $\sigma = (m-n)/2m$ und σ die Poissonkonstante bezeichnen. Integration über die Schalenfläche ergibt die ganze potentielle Energie. Ist dazu noch die kinetische Energie bekannt, so können die Eigenfrequenzen berechnet werden.

II. Berechnung der potentiellen Energie

Der erste Schritt ist der, daß man die obengenannten Flächenkoordinaten in Zylinderkoordinaten gemessen von der Kegelspitze, r und φ gemessen vom betrachteten Mantelpunkt (r_0, z_0, 0) ausdrückt.

Die Formeln lauten: (β = Winkel Achse–Erzeugende):

$$(2)\quad \begin{cases} x = \dfrac{r_0}{\sin\beta} - r\cos\beta\sin\beta - z\cos\beta; \\ y = r\sin\varphi; \\ \bar{z} = z\sin\beta - r\cos\varphi\cos\beta. \end{cases}$$

In der Umgebung des Punktes (r_0, z_0, 0) erhält man also (bis auf Glieder zweiter Ordnung in φ und $z - z_0$)

$$(2\,a)\quad \begin{aligned} x &= \frac{r_0 - r}{\sin\beta} = \frac{z_0 - z}{\sin\beta}; \\ y &= r\,\varphi; \\ \bar{z} &= 0. \end{aligned}$$

Wenn r, z und φ je einen kleinen Zuwachs u, v, w erhalten, entstehen die Gleichungen:

$$(3)\quad \begin{cases} x = \dfrac{r_0}{\sin\beta} - z_0\cos\beta - r_0\sin\beta - [u_0\sin\beta] - \left(\dfrac{du}{dz}\right)_0 \\ \cdot(z - z_0)\sin\beta - \left(\dfrac{du}{d\varphi}\right)_0 \cdot \varphi\sin\beta - [v_0\cos\beta] \\ - \left(\dfrac{dv}{dz}\right)_0 (z - z_0)\cos\beta - \left(\dfrac{dv}{d\varphi}\right)_0 \varphi\cos\beta + [r_0\,w_0\,\varphi\sin\beta]; \\ u_0\,w_0 = (r - r_0)\,w_0 = (z - z_0)\,\mathrm{tg}\,\beta\,w_0; \end{cases}$$

$$(3)\quad \begin{cases} y = r_0\varphi + [r_0 w_0] + u_0\varphi + r_0\left(\frac{dw}{dz}\right)_0 (z - z_0) + r_0\left(\frac{dw}{d\varphi}\right)_0 \varphi\,; \\ \bar{z} = z_0 \sin\beta - r_0\cos\beta + [v_0\sin\beta] - [u_0\cos\beta] \\ \quad + \left(\frac{dv}{dz}\right)_0 (z - z_0)\sin\beta + \left(\frac{dv}{d\varphi}\right)_0 \varphi\sin\beta \\ \quad - \left(\frac{du}{dz}\right)_0 (z - z_0)\cos\beta - \left(\frac{du}{d\varphi}\right)_0 \varphi\cos\beta + r_0 w_0 \varphi\cos\beta\,. \end{cases}$$

Hierbei sind Glieder zweiter und höherer Ordnung in φ und $z - z_0$ vernachlässigt worden. Der Index 0 soll andeuten, daß die betr. Größen an der Stelle $r = r_0$, $z = z_0$, $\varphi = 0$ gebildet sind. Man kann nun die Fläche durch eine infinitesimale Translation und Rotation wieder (bis auf Größen zweiter und höherer Ordnung) in die ursprüngliche Lage zurückbringen. Die Translation ist entgegengesetzt gleich den eckig eingeklammerten Gliedern in (3). Die rotatorischen Zusatzglieder zu x, y, $\bar{z}$ lauten bzw.:

$$r_0\varphi\omega_3\,; \qquad \frac{z - z_0}{\cos\beta}\omega_3\,; \qquad -\frac{z - z_0}{\cos\beta}\omega_2 - r_0\varphi\omega_1\,.$$

Damit die oben beschriebene Nullage wieder erreicht wird, muß gelten:

$$(4)\quad \begin{cases} \text{a)} & r w_3 - \frac{du}{d\varphi}\sin\beta - \frac{dv}{d\varphi}\cos\beta + r w\sin\beta = 0\,; \\ \text{b)} & \frac{du}{dz}\operatorname{tg}\beta + \frac{dv}{dz} = 0\,; \\ \text{c)} & u + r\frac{dw}{d\varphi} = 0\,; \\ \text{d)} & w\operatorname{tg}\beta + r\frac{dw}{dz} + \frac{\omega_3}{\cos\beta} = 0\,; \\ \text{e)} & r w\cos\beta + \frac{dv}{d\varphi}\sin\beta - \frac{du}{d\varphi}\cos\beta - r w_1 = 0\,; \\ \text{f)} & -\frac{dv}{dz}\sin\beta + \frac{du}{dz}\cos\beta + \frac{\omega_3}{\cos\beta} = 0\,. \end{cases}$$

(Index 0 fortgelassen)

Eliminieren von ω_3 aus (4d) und (4a) ergibt:

$$(4\,\text{a d})\qquad r^2\frac{dw}{dz} + \frac{du}{d\varphi}\operatorname{tg}\beta + \frac{dv}{d\varphi} = 0\,.$$

Man überzeugt sich leicht davon, daß die Gleichungen (4b), (4c) und (4ad) identisch sind mit denjenigen, die Lord Rayleigh (Sound I, S. 399, Gl. 14) in anderer Weise erhielt. Ihre Lösung lautet unter der Bedingung, daß der Kegelmantel für $z = l_1$, von einer dehnungsunfähigen Scheibe abgeschlossen ist, d. h. daß für $z = l_1$ gilt $u = 0$; $w = 0$:

$$(5)\quad \begin{cases} u = \sum_i i \operatorname{tg}\beta\,(z-l_1)\,A_i \sin i\varphi\,; \\ v = \sum_i -\operatorname{tg}^2\beta\left[\frac{l_1}{i} + i(z-l_1)\right] A_i \sin i\varphi\,, \\ w = \sum_i \left(1-\frac{l_1}{z}\right) A_i \cos i\varphi\,. \\ \qquad\qquad (i = 2, 3, 4, 5\ \ldots). \end{cases}$$

Zur Berechnung der potentiellen Energie nach Gl. (1) ist es notwendig, in der letzten Gl. (3) alle Glieder zweiter Ordnung in φ und $z - z_0$ zu berücksichtigen (nach Ausführung der oben beschriebenen infinitesimalen Rotation).

Man erhält, indem ω_1 und ω_2 den Gl. (4e) und (4f) entnommen werden

$$\begin{aligned} 2\bar{z} = &\left\{\frac{d^2v}{dz^2}(z-z_0)^2 + \frac{d^2v}{d\varphi^2}\varphi^2 + 2\frac{d^2v}{d\varphi\,dz}(z-z_0)\varphi\right\}\sin\beta \\ &-\left\{-u\varphi^2 - r\varphi^2 + \frac{d^2u}{dz^2}(z-z_0)^2 + 2\frac{d^2u}{dz\,d\varphi}(z-z_0)\varphi\right. \\ &\left.+\frac{d^2u}{d\varphi^2}\varphi^2 - 2r\frac{dw}{dz}(z-z_0)\varphi - 2r\frac{dw}{d\varphi}\varphi^2\right\}\cos\beta \\ &+2\frac{dv}{dz}\varphi^2\sin^2\beta\cos\beta - 2\frac{du}{dz}\varphi^2\sin\beta\cos^2\beta\,. \end{aligned}$$

Unter Benutzung von:

$$x = \frac{z_0 - z}{\cos\beta};\quad y = r\varphi$$

ergibt sich hieraus:

$$\begin{aligned} 2\bar{z} = &-2xy\frac{\cos\beta}{r}\left\{\frac{d^2v}{dz\,d\varphi}\sin\beta - \frac{d^2u}{dz\,d\varphi}\cos\beta + r\frac{dw}{dz}\cos\beta\right\} \\ &+\frac{y^2}{r^2}\left\{\frac{d^2v}{d\varphi^2}\sin\beta + u\cos\beta + r\cos\beta - \frac{d^2u}{d\varphi^2}\cos\beta\right. \\ &\left.+2r\frac{dw}{d\varphi}\cos\beta - r\frac{du}{dz}\sin\beta\cos^2\beta + r\frac{dv}{dz}\sin^2\beta\cos\beta\right\} \\ &+x^2\cos^2\beta\left\{\frac{d^2v}{dz^2}\sin\beta - \frac{d^2u}{dz^2}\cos\beta\right\}. \end{aligned}$$

Berücksichtigt man die Gl. (4b), (4c) und (4ad), so kann man vereinfachen:

$$(6)\quad \begin{aligned} 2\bar{z} = &-2xy\frac{\cos\beta}{r}\left\{\frac{d^2v}{dz\,d\varphi}\sin\beta - \frac{d^2u}{dz\,d\varphi}\cos\beta + r\frac{dw}{dz}\cos\beta\right\} \\ &+\frac{y^2}{r^2}\left\{\frac{d^2v}{d\varphi^2}\sin\beta + r\cos\beta - u\cos\beta - \frac{d^2u}{d\varphi^2}\cos\beta\right. \\ &\left.-r\frac{du}{dz}\sin\beta\cos^2\beta + r\frac{dv}{dz}\sin^2\beta\cos\beta\right\}. \end{aligned}$$

Der Übergang zum Zylinder $\beta = 0$ führt auf Lord Rayleighs Formeln (Sound I, S. 414, Gl. 6).

Vor der Deformation lautete (6):

$$2\bar{z} = y^2 \frac{\cos\beta}{r^2}.$$

Die Größen $\delta\frac{1}{\varrho_1}$, $\delta\frac{1}{\varrho_2}$ und τ der Gl. (1) ergeben sich also zu:

$$(7)\quad \begin{cases} \delta\left(\frac{1}{\varrho_1}\right) = 0; \\ \delta\left(\frac{1}{\varrho_2}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{d^2v}{d\varphi^2}\sin\beta - \frac{d^2u}{d\varphi^2}\frac{\cos\beta}{r^2} - \frac{u\cos\beta}{r^2} \\ \qquad - \frac{\sin\beta\cos^2\beta}{r}\frac{du}{dz} + \frac{\sin^2\beta\cos\beta}{r}\frac{dv}{dz}; \\ -\tau = \frac{\cos\beta}{r}\left\{\frac{d^2v}{dz\,d\varphi}\sin\beta - \frac{d^2u}{dz\,d\varphi}\cos\beta \right. \\ \qquad \left. + r\frac{dw}{dz}\cos\beta\right\}. \end{cases}$$

Einsetzen der Lösungen (5) in (7) und der so erhaltenen Ausdrücke in (1) ergibt nach Integration über φ von 0 bis 2π:

$$(8)\quad \begin{cases} \delta\left(\frac{1}{\varrho_2}\right) = \sum_i A_i \sin i\varphi \cdot \alpha_i\left(\frac{1}{z} - \frac{l_1}{z^2}\right); \\ \alpha_i = \frac{i^2 - i}{\sin\beta}; \\ -\tau = \sum_i A_i \cos i\varphi \cdot \frac{1}{z}\cdot\left(\frac{l_1}{z}\cos^2\beta - i^2\right); \\ U = \frac{4nd^3}{3}\pi\sum_i A_i^2\left\{\frac{m}{m+n}\alpha_i^2\left(\frac{1}{z} - \frac{l_1}{z^2}\right)^2 \right. \\ \qquad \left. + \frac{1}{z^2}\left(\frac{l_1}{z}\cos^2\beta - i^2\right)\right\}. \end{cases}$$

Hieraus wird die gesamte potentielle Energie erhalten durch Integration über z:

$$(9)\quad \begin{cases} V = \int_{l_1}^{l_2} dz \cdot z\,\mathrm{tg}\,\beta \cdot U \\ \qquad = \frac{4nd^3}{3}\pi\,\mathrm{tg}\,\beta\sum_i A_i^2\left[\frac{m\alpha_i^2}{m+n}\left\{\ln\frac{l_2}{l_1}\right.\right. \\ \qquad + 2\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{l_1^2}{l_2^2} - 1\right)\Big\} - \left(\frac{l_1^2}{l_2^2} - 1\right)\frac{\cos^4\beta}{2} \\ \qquad \left. + 2i^2\cos^2\beta\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) + i^4\ln\frac{l_2}{l_1}\right]. \end{cases}$$

Dieser Ausdruck ist für statische Probleme verwendbar.

III. Die Eigenfrequenzen

Die kinetische Energie T des Kegelmantels wird erhalten aus:

$$T = \varrho\, d \int_{l_1}^{l_2} d\,z \cdot z \operatorname{tg}\beta \int_0^{2\pi} d\,\varphi \left\{ \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{r\,dw}{dt}\right)^2 \right\}$$

mit ϱ die Dichte. Wenn u, v und w die Zeit wie $\cos \omega t$ enthalten, wird:

$$(10)\quad \left\{ \begin{aligned} -T = {} & \omega^2 \varrho\, d\, l_1^4 \operatorname{tg}^3\beta \cdot \pi \sum_i A_i^2 \Big[(i^2+1) \Big\{ \frac{1}{4}\Big(\frac{l_2^4}{l_1^4} - 1\Big) \\ & + \frac{1}{2}\Big(\frac{l_2^3}{l_1^3} - 1\Big) - \frac{2}{3}\Big(\frac{l_2^3}{l_1^3} - 1\Big) \Big\} + \operatorname{tg}^2\beta \Big\{ \frac{1}{2\,i^2}\Big(\frac{l_2^2}{l_1^2} - 1\Big) \\ & + \frac{i^2}{4}\Big(\frac{l_2^4}{l_1^4} - 1\Big) + \frac{i^2}{2}\Big(\frac{l_2^3}{l_1^3} - 1\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{l_2^3}{l_1^3} - 1\Big) \\ & - \Big(\frac{l_2^2}{l_1^2} - 1\Big) - \frac{2\,i^2}{3}\Big(\frac{l_2^3}{l_1^3} - 1\Big) \Big\} \Big]. \end{aligned} \right.$$

Aus den Formeln (9) und (10) ergeben sich sofort die gesuchten Eigenfrequenzen (ω = Kreisfrequenz = 2π mal Hz):

$$(11)\qquad \omega_i^2 = \frac{4\,n\,d^2}{3\varrho\, l_1^4 \operatorname{tg}^2\beta} \cdot \frac{F_i}{G_i}:$$

$$(12)\quad \left\{ \begin{aligned} F_i = {} & \frac{m\,\alpha_i^2}{m+n} \Big\{ \ln\frac{1}{x} + 2(x-1) - \frac{1}{2}(x^2-1) \Big\} \\ & - \frac{\cos^4\beta}{2}(x^2-1) + 2\,i^2\cos^2\beta\,(x^2-1) + i^4 \ln\frac{1}{x}; \end{aligned} \right.$$

$$(13)\quad \left\{ \begin{aligned} G_i = {} & (i^2+1) \Big\{ \frac{1}{4}\Big(\frac{1}{x^4} - 1\Big) + \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{x^2} - 1\Big) \\ & - \frac{2}{3}\Big(\frac{1}{x^3} - 1\Big) + \operatorname{tg}^2\beta \Big\{ \frac{1}{2\,i^2}\Big(\frac{1}{x^2} - 1\Big) + \frac{i^2}{4}\Big(\frac{1}{x^4} - 1\Big) \\ & + \frac{i^2}{2}\Big(\frac{1}{x^2} - 1\Big) + \frac{2}{3}\Big(\frac{1}{x^3} - 1\Big) - \Big(\frac{1}{x^2} - 1\Big) \\ & - \frac{2}{3}\,i^2\Big(\frac{1}{x^3} - 1\Big) \Big\}; \end{aligned} \right.$$

$\alpha_i = \dfrac{i^3 - i}{\sin\beta}$, wobei α_i aus (8) folgt und x gleich l_1/l_2 ist, während $i = 2, 3, 4, \ldots$.

Um den Grenzübergang zum Falle eines Zylinders durchzuführen, bedenke man, daß dann gilt:

$$l_1 \operatorname{tg}\beta \sim l_1 \sin\beta = R$$

(R Zylinderhalbmesser).

Es entsteht also:

$$\omega_i^2 = \frac{4\,m\,n\,d^2}{3\,\varrho\,R^4\,(m+n)} \cdot \left(\frac{(i^3-i)^2}{i^2+1}\right) \lim_{x\to 1} \frac{l\,n\frac{1}{x} + 2\,(x-1) - \frac{1}{2}\,(x^2-1)}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x^4}-1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2}-1\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{x^3}-1\right)},$$

oder:

$$\omega_i^2 = \frac{4\,d^2}{3\,\varrho\,R^4}\,\frac{m\,n}{m+n}\,\frac{(i^3-i)^2}{i^2+1},$$

eine bekannte Formel (Lord Rayleigh, Sound I, S. 417, Gl. (18). Es ist oft nützlich, für hohe Frequenzen eine einfache Formel zur Hand zu haben. Man erhält aus (11), (12), (13) und (8) für $i \to \infty$:

$$\lim_{\to\infty} \omega_i^2 = \frac{4\,d^2}{3\,\varrho\,l_1^4\,\mathrm{tg}^4\,\beta}\,\frac{m\,n}{m+n} \cdot \left\{ i^4 \frac{\ln\frac{1}{x} + 2\,(x-1) - \frac{1}{2}\,(x^2-1)}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x^4}-1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2}-1\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{x^3}-1\right)} + 0\,(i^2) \right\}.$$

Ich möchte bemerken, daß es mit der verwendeten Rechenweise nicht gelingt, den Fall eines bis zur Spitze durchlaufenden Kegelmantels zu behandeln.

Im Falle, daß der Kegel bei l_2 statt bei l_1 durch eine dehnungsunfähige Scheibe gehalten wird, müssen die Gl. (5) in einfacher Weise abgeändert werden, wodurch auch (12) und (13) einigermaßen anders werden. Es soll dem Leser überlassen bleiben, diesen und evtl. andere Spezialfälle mit Hilfe der obigen Formeln zu behandeln.

Eindhoven, den 18. Mai 1933.

(Eingegangen 14. Juni 1933)

Über die magnetischen Eigenschaften von Stoffen mit künstlicher Anisotropie

Von Walter König

(Mit 3 Figuren)

Daß Präparate mit künstlicher Anisotropie nach verschiedenen Richtungen verschiedene Magnetisierbarkeit besitzen, ist durch Einstellung entsprechender Präparate in einem magnetischen Felde zunächst rein qualitativ von Plücker[1]), von Knoblauch und Tyndall[2]) und schließlich von H. Ambronn[3]) nachgewiesen worden. Nachdem in früheren Jahren die Thomsonsche Theorie des Kristallmagnetismus von mir[4]) und von Stenger[5]) durch experimentelle Untersuchungen bestätigt worden war, lag es nahe, diese Thomsonsche Theorie auf Stoffe mit künstlicher Anisotropie zu übertragen. Das Problem ist im Gießener Institut zuerst vor Jahren von Brauneck, und kürzlich noch einmal von K. Weisel bearbeitet worden. Über die Ergebnisse, die in den Dissertationen dieser Herren niedergelegt sind, soll im folgenden von mir und von Herrn Weisel berichtet werden.

Um zahlreiche Stoffe von möglichst verschiedenen magnetischen Eigenschaften untersuchen zu können, verwandte Brauneck erstarrte Gelatinelösungen, denen para- oder diamagnetische Salze zugesetzt waren. Es lag natürlich der Gedanke nahe, die zu untersuchenden anisotropen Präparate in derselben Weise herzustellen, wie es Ambronn seinerzeit getan hatte, d. h. aus einer möglichst gleichmäßig gedehnten Platte einer erstarrten Gelatinelösung mittels eines Korkbohrers einen Zylinder herauszuschneiden und in eine geeignete zylindrische Hülle einzuschieben, in der das Präparat dann in einem möglichst homogenen magnetischen Felde

1) J. Plücker, Pogg. Ann. 75. S. 168. 1848.
2) H. Knoblauch u. J. Tyndall, Pogg. Ann. 81. S. 492. 1850.
3) H. Ambronn, Ber. d. Sächs. Ges. Math. phys. Kl. 43. S. 394. 1891.
4) W. König, Wied. Ann. 31. S. 273. 1887.
5) Fr. Stenger, Wied. Ann. 35. S. 331. 1888.

untersucht werden könnte. Allein es traten in der zwar erstarrten, aber doch nicht starren Gelatineplatte beim Bohren so starke Verzerrungen auf, daß dies Vorgehen nicht brauchbar war. Statt dessen wurde ein Verfahren benutzt, das ich in meiner Arbeit: „Über einige Fälle künstlicher Doppelbrechung in zylindrischen Körpern“ in diesen Annalen beschrieben habe.[1]) Ein kreisförmiger, dünnwandiger Ring aus einem federnden Stoffe — Brauneck benutzte Zelluloidringe von etwa 2,26 cm Durchmesser und 2,10 cm Höhe — wird durch Druck auf zwei gegenüberliegende Punkte ein wenig abgeflacht, in dieser schwach elliptischen Form auf einer horizontalen Spiegelglasplatte außen herum mit Klebwachs festgekittet und dann mit der noch flüssigen Gelatinelösung so gefüllt, daß die Gelatine nach dem Erstarren noch etwas über den oberen Rand des Ringes hinausragt. Diese Fläche wird dann nach dem Erkalten und Erstarren der Gelatine durch Aufdrücken auf eine erwärmte Spiegelglasplatte eben geschliffen. Nach vollständigem Erstarren werden beide Glasplatten vorsichtig abgelöst, der Zylinder aus der Druckvorrichtung herausgenommen und durch Einschieben in einen genau darüber passenden, runden starkwandigen Messing- oder Elfenbeinring wieder auf seine ursprüngliche runde Form gebracht. Alsdann besitzt der Gelatinezylinder unter der Voraussetzung, daß er sich nirgends von der Wand des Zelluloidringes gelöst hat, eine für die vorliegenden Zwecke brauchbare Form von Anisotropie, wie sich durch Betrachtung zwischen gekreuzten Nicols erkennen läßt. Die Achsen der Doppelbrechung haben nämlich an allen Stellen des Zylinders die gleiche Richtung. Die Größe der Doppelbrechung ist allerdings nicht überall gleich, nimmt aber von der Mitte nach dem Rande zu nach einem einfachen Gesetze ab. Hängt man den Zylinder mit der Achse vertikal und zentrisch an einer Torsionsvorrichtung in einem horizontalen magnetischen Felde auf, so erfährt er ein Drehungsmoment, das von der Differenz der Suszeptibilitäten des Stoffes in Richtung und senkrecht zur Richtung der Druckachsen der Anisotropie und vom Winkel dieser Achsen mit den Kraftlinien abhängt. Die Größe dieses Drehungsmomentes läßt sich berechnen, wenn man die Annahme macht, daß die Differenz der Suszeptibilitäten an jeder Stelle der Differenz der dort erzeugten elastischen Verzerrungen proportional ist:

$$\varkappa_1 - \varkappa_2 = K(\alpha - \beta).$$

1) W. König, Ann. d. Phys. [4] 52. S. 605. 1917.

Ich habe dafür in Gl. (109) der oben erwähnten Arbeit die Formel gefunden:

$$D = -0{,}6165\,\frac{\bar{u}_0}{r_0'}\,K \cdot H^2 v \cdot \sin 2\vartheta$$

in der $\bar{u}_0$ die Strecke ist, um die sich der Radius des Zelluloidringes verkürzt, wenn er zur kleinen Halbachse des elliptisch gedrückten Zylinders wird; v bedeutet das Volumen des Zylinders, H die Feldstärke. Die Größe des Zahlenfaktors beruht auf der Annahme, daß die Anisotropie des Zylinders am Rande gleich Null ist, eine Bedingung, die erfüllt ist, wenn vollkommene Gleitung der Gelatine an der Wand des umschließenden Zylinders statt hat. Um diese Bedingung zu erfüllen, wurde die Gelatine nicht in dem Zelluloidring belassen, in dem sie sich beim Runddrücken befand, zumal sie sich in diesem auch leicht an den Zugstellen von der Wand ablöste; sondern sie wurde mit Hilfe eines passenden Elfenbeinstempels vorsichtig aus dem rund gedrückten Zelluloidring in einen darunter gesetzten, auf Hochglanz polierten Elfenbeinring von etwas kleinerem Radius r_0' hineingeschoben. In dieser Fassung konnten die Zylinder nun den optischen und magnetischen Messungen unterworfen werden. Daß Elfenbein hierfür verwandt wurde, hatte seinen Grund in der Erfahrung, daß alle anderen Stoffe, die in Frage kommen können, Hartgummi, Glas, elektrolytisches Kupfer und Galalit stets trotz sorgfältigster Reinigung ein mehr oder minder magnetisches Verhalten verschieden in den verschiedenen Lagen zeigten. Erst beim Elfenbein waren die magnetischen Wirkungen des Feldes auf die Fassung klein genug, um das magnetische Verhalten des anisotropen Gelatinezylinders deutlich hervortreten zu lassen, besonders, wenn die Fassung so aus einem Elfenbeinzahn gedreht war, daß die Drehungsachse mit der Wachstumsrichtung zusammenfiel.

Zur Messung der Differenz der Suszeptibilitäten wurde der Elfenbeinring mit der Gelatinefüllung in eine Elfenbeinkappe gesteckt, in der er mit leichter Reibung haftete und gedreht werden konnte. Die Kappe war auf der äußeren Wand nach unten konisch abgedreht und auf der Teilmaschine mit 16 Teilstrichen — von 22,5° zu 22,5° — versehen worden. Auf dem Elfenbeinring, der den Gelatinezylinder faßte, war eine gerade vertikale Linie als Marke eingeritzt, die — so gut es ging — mit dem einen Ende der Druckrichtung des Gelatinezylinders zusammen- und mit den einzelnen Teilstrichen der Kappe infolge deren konischer Abschrägung genau

zur Koinzidenz gebracht werden konnte. So war es möglich, den Zylinder in 16 verschiedenen Lagen, die immer um 22,5° gegeneinander gedreht waren, zu untersuchen, also den in der Theorie genannten Winkel ϑ 16mal gleichmäßig zu variieren. Die den Zylinder tragende Kappe ihrerseits verjüngte sich auf der Oberfläche in einen zylindrischen, durchbohrten Zapfen, in welchem ein dünnes Messingrohr mit starker Reibung befestigt war. Dieses Rohr trug einen kleinen Spiegel und war an seinem oberen Ende mit einem Doppelhaken versehen, mit dem es in ein $\perp$ förmiges Stück am unteren Ende des Torsionsdrahtes eingehängt werden konnte. Dieser bestand aus einem 0,1 mm dicken und ungefähr 50 cm langen Platin–Iridiumdraht, der mit seinem oberen Ende in ein feines, kurzes Messingröhrchen und so mit diesem in dem Torsionskopf festgeklemmt werden konnte. Die spiralige Torsion, die der Draht ursprünglich besaß, war ihm durch 12stündiges Hindurchleiten eines erwärmenden Stromes bei freiem Hängen unter Belastung entzogen worden. Der Torsionsdraht war von einer Glasröhre, die daran hängende Apparatur von einem Schutzkasten umgeben; alles war von einer passenden, auf einer Wandkonsole ruhenden Vorrichtung getragen. Gemessen wurde für jede der 16 Lagen durch objektive Spiegelablesung der kleine Winkel, um den sich die Apparatur bei Erregung des Feldes drehte. Um Korrekturen zu vermeiden, war die Skala kreisförmig gekrümmt mit dem Spiegelabstand als Radius. Der Torsionsmodul des Aufhängedrahtes wurde in bekannter Weise aus Torsionsschwingungen der Apparatur bei nicht erregtem Felde mit und ohne Hinzufügung eines bekannten Trägheitsmomentes ermittelt.

Der benutzte Elektromagnet war ein großer Hufeisenmagnet von 70 cm Höhe. Die Polschuhe waren beweglich und die Polflächen 6,5 × 6,5 cm² groß. Der Polabstand (4 cm) war so gewählt, daß er dem zu untersuchenden Zylinder eben Raum gewährte. Bei 14 Amp. Stromstärke betrug alsdann das Feld zwischen den Polschuhen 4880 Gauss. Um eine Berührung der Zylinder mit dem Eisen der Polflächen zu vermeiden, waren letztere mit Glimmerplatten belegt. Der Strom für den Magneten wurde von einer Batterie geliefert und konnte mittels eines Regulierwiderstandes und eines Präzisionsamperemeters genau und konstant auf 14 Amp. gehalten werden. Außerdem waren in den Stromkreis noch eingeschaltet ein Momentanausschalter nach Art der Pohlschen Wippe und ein Kurbelwiderstand, der dazu benutzt wurde, das Feld allmählich zu erregen. Der remanente Magnetismus

wurde nach jeder Beobachtung durch wiederholtes Umpolen bei abnehmender Stromstärke fast ganz beseitigt. Die Feldstärke wurde mit Lenardschen Wismutspiralen bestimmt.

Außer der Differenz der Suszeptibilitäten in der deformierten Substanz wurde auch die Suszeptibilität der nicht deformierten Substanz gemessen. Dies geschah nach der von William Thomson[1]) vorgeschlagenen und von G. Jäger und St. Meyer[2]) und von St. Meyer allein[3]) erprobten Methode, mit einer empfindlichen Waage die anziehenden oder abstoßenden Kräfte zu messen, die ein langer Zylinder der zu untersuchenden Substanz von bekanntem Querschnitt erfährt, wenn er an der Waage hängend mit seinem unteren Ende in das magnetische Feld hineinragt. Der Zylinder wurde hergestellt, indem man die noch flüssige Gelatinelösung in eine etwa 80 cm lange Glasröhre hineinsaugte und darin erstarren ließ. Als Elektromagnet wurde ein auf dem Fußboden liegender Ringmagnet benutzt, der einen Polabstand von etwa 1 cm besaß und stets mit derselben Stromstärke von 10 Amp. beschickt wurde. In 1,5 m Höhe über diesem Elektromagneten war eine empfindliche chemische Waage aufgestellt, die anstatt der linken Waagschale eine durch Löcher im Waagkasten und im Tisch hindurchhängende Kette mit einer Klemmvorrichtung für die Glasröhre trug. In dieser konnte das obere Ende der Glasröhre gerade so befestigt werden, daß das untere Ende sich zwischen den Polen des Ringmagneten in der Mitte dieses magnetischen Feldes befand. Zur Prüfung der Brauchbarkeit dieser Apparatur wurde zuerst die Röhre mit destilliertem Wasser gefüllt und dessen Suszeptibilität aus der Differenz der Kräfte, die das Feld auf die leere und die gefüllte Röhre ausübte, ermittelt. Bei der Länge der Röhre konnte die Feldstärke am oberen Ende der Röhre vernachlässigt werden, so daß zur Berechnung die Formel genügte:

$$\varkappa = \frac{2p \cdot 981}{q \cdot H^2}.$$

in der p die Differenz der an der Waage gemessenen Kräfte für die gefüllte und die leere Röhre und q den Querschnitt der Röhre bedeutet. Dieser letztere konnte einerseits aus der kathetometrischen Messung der lichten Weite der Röhre, andererseits nach Füllung der Röhre mit Wasser aus dem Gewicht und der Länge der Wassersäule berechnet werden.

1) William Thomson, British Assoc. Rep. S. 745. 1891.
2) G. Jäger u. St. Meyer, Wied. Ann. **67**. S. 707. 1899.
3) St. Meyer, Wied. Ann. **68**. S. 325; **69**. S. 236. 1899.

Brauneck fand so für die zwei Röhren, die er benutzte, die Werte $q = 0{,}2748$ und $0{,}2415$ cm². Im magnetischen Felde wurde die erste Röhre angezogen mit 0,0034 g und bei Füllung mit Wasser abgestoßen mit 0,0068 g, so daß die Abstoßung des Wasserzylinders allein 0,0102 g betrug. Die zweite Röhre wurde dagegen vom Felde leer abgestoßen mit 0,0071 g und gefüllt mit 0,0161 g, so daß der Wasserzylinder mit 0,0090 g abgestoßen wurde. Daraus ergab sich für die Suszeptibilität des Wassers, wenn die Feldstärke zu 9550 Gauss angenommen wurde, im ersten Falle $-0{,}798 \cdot 10^{-6}$, im zweiten Falle $-0{,}801 \cdot 10^{-6}$. Weisel benutzte eine Röhre von 0,4185 cm² und fand im Felde für die leere Röhre eine Abstoßung von 0,0024 für die gefüllte Röhre von 0,0170 g, also für den Wasserzylinder von 0,0146 g und daraus bei Annahme einer Feldstärke von 9258 Gauss $\varkappa_w = -0{,}796 \cdot 10^{-6}$. Diese Werte fügen sich gut in die Reihe der von anderen Beobachtern gemessenen Werte von $\varkappa_w$ ein, die zwischen $-0{,}751$ und $-0{,}821$ liegen und im Mittel $-0{,}794 \cdot 10^{-6}$ betragen.

Für die Ermittelung der Suszeptibilität der Gelatinelösungen nach diesem Verfahren konnte die Berechnung sehr vereinfacht werden, wenn die Messungen immer mit derselben Röhre und derselben Stärke des Magnetfeldes ausgeführt wurden; denn dann konnte das Verhältnis der Suszeptibilität $\varkappa_x$ der zu untersuchenden Substanz zu der des Wassers $\varkappa_w$ direkt gleich dem Verhältnis p_x/p_w der an der Waage gemessenen, auf den Gelatinezylinder und den Wasserzylinder ausgeübten Kräfte gesetzt werden.

Brauneck hat 16 verschiedene Präparate untersucht, eines ohne Salzzusatz, die anderen mit Zusätzen von $MnCl_2$, $MnSO_4$, $CoSO_4$, $MgSO_4$ und $NiSO_4$ in verschiedenen Mengen. Um zu veranschaulichen, wie sich die von der Theorie geforderte Abhängigkeit der Ablenkung vom Winkel ϑ in seinen Messungen bestätigt, will ich drei seiner Messungsreihen in der Ausführlichkeit mitteilen, wie sie in seiner Dissertation enthalten sind, unter Verbesserung eines Versehens, das in den Rechnungen enthalten ist, und auf das Weisel in seiner Arbeit hingewiesen hat; Brauneck hatte das Verhältnis der Skalenausschläge zum Skalenabstand unmittelbar für den Ablenkungswinkel genommen. Seine Zahlen müssen also noch durch 2 dividiert werden, um die richtigen Werte zu erhalten.

Präparat 1 enthielt 11,57% Gelatine, 2,8% Mn als $MnCl_2$. Die Anziehung, die das Magnetfeld auf das Ende dieser Masse im Glasrohr vom Querschnitt 0,2748 cm² ausübte, betrug 0,0924 g. Daraus berechnet sich $\varkappa = 7{,}285 \cdot 10^{-6}$. Der aniso-

trope Zylinder hatte ein Gewicht von 9,1808 g; seine Verzerrung war durch $\frac{r_0'}{\bar{u}_0} = \frac{11{,}0}{1{,}17}$ bestimmt; er zeigte in der Achse als Interferenzfarbe ein Grün dritter Ordnung.

Stellung	1	2	3	4	5	6	7	8
Ablenkung . .	−65	−41	−28	−39	−56	−75	−88	−87
Stellung	9	10	11	12	13	14	15	16
Ablenkung . .	−70	−46	−27	−32	−48	−65	−83	−85

Extremwerte bei den Zwischenmessungen: −28; −90; −26; −88.
Hieraus der mittlere Maximalskalenausschlag $n_m = 31$, der Winkel $\alpha = \frac{15{,}5}{1700}$.

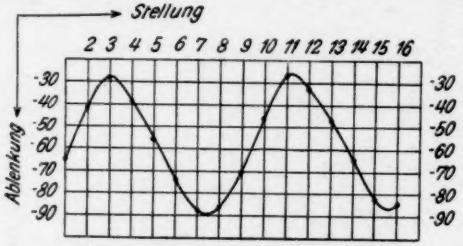


Fig. 1. Verhalten von Präparat 1

Aus den angegebenen Daten wurde berechnet:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = 31{,}8 \cdot 10^{-10};\ K = -\,1{,}21 \cdot 10^{-8};\ \frac{K}{\varkappa} = -\,0{,}00167$$

Präparat 5 enthielt nur Gelatine 9,58%. Das Ende der Masse im Glasrohr von 0,2415 cm² Querschnitt wurde vom Magnetfeld abgestoßen mit 0,0095 g. Daraus berechnet sich $\varkappa = -\,0{,}844 \cdot 10^{-6}$. Der anisotrope Zylinder wog 8,845 g, zeigte ein Rot dritter Ordnung unter einer Verzerrung $\frac{r_0'}{\bar{u}_0} = \frac{11{,}0}{1{,}17}$ und gab folgende Einstellungen:

Stellung	1	2	3	4	5	6	7	8
Ablenkung . .	+3	+1	0	+2	+3	+5,5	+8	+5
Stellung	9	10	11	12	13	14	15	16
Ablenkung . .	+4,5	0	+1	+2,5	+4	+6	+6,5	+4,5

Extremwerte: 0; +8; 0; +6,5. $n_m = 3{,}62$. Winkel $\alpha = \frac{1{,}81}{1700}$.

Präparat 14 enthielt 5,02 % Gelatine und 18,53 % wasserfreies $MgSO_4$ oder 3,748 % Mg. Das Ende der Masse im Glasrohr von 0,2415 cm^2 Querschnitt wurde im Magnetfeld mit 0,0098 g abgestoßen. Daraus $\varkappa = -0{,}862 \cdot 10^{-6}$.

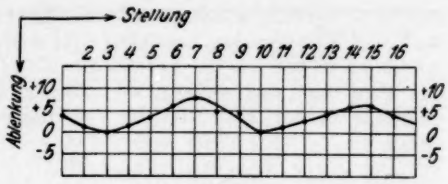


Fig. 2. Verhalten von Präparat 5
$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = -3{,}72 \cdot 10^{-10}$; $K = 0{,}14 \cdot 10^{-8}$;
$\frac{K}{\varkappa} = -0{,}00166$

Der anisotrope Zylinder mit der Verzerrung $\frac{r_0'}{\tilde{a}_0} = \frac{11{,}0}{1{,}17}$ zeigte Hellgrün zweiter Ordnung, wog 9,9500 g und ergab folgende Einstellungen:

Stellung	1	2	3	4	5	6	7	8
Ablenkung . .	+1	0	−2	−1	+1	+4	+4,5	+3
Stellung	9	10	11	12	13	14	15	16
Ablenkung . .	−2	−2,5	−3,5	−2,5	−1	+2	+5,5	—

Extremwerte: -2; $+4{,}5$; $-3{,}5$; $+5{,}5$. $n_m = 3{,}88$. Winkel $\alpha = \frac{1{,}94}{1700}$.

Eine Betrachtung der vorstehenden drei Zahlenreihen und ihrer graphischen Darstellung zeigt, daß die Ablenkungen ihrer Größe nach in der Tat einem doppelten Kreisgesetze folgen; aber die Richtungen der Ablenkungen erfolgen in benachbarten Quadranten nicht in entgegengesetztem Sinne. Es dürfte daraus vielleicht zu schließen sein, daß außer dem von der Deformation der Gelatine herrührenden Drehmoment noch ein anderes, konstantes vorhanden war, das sich darüber lagerte. Immerhin darf man wohl annehmen, daß der variable Teil des Drehmomentes von der Anisotropie der Gelatine herrührt, und man

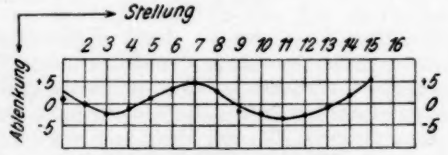


Fig. 3. Verhalten von Präparat 14
$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = -3{,}99 \cdot 10^{-10}$; $K = 0{,}152 \cdot 10^{-8}$;
$\frac{K}{\varkappa} = -0{,}00177$

darf den Versuch machen, die Amplitude dieser Periode als Maß der Wirkung der Anisotropie zu behandeln. Unter dieser Annahme stellen wir die Formel für das Drehmoment auf, das das Feld auf den anisotropen Körper ausübt. Bei völliger Gleitung an der Wand ist die Verteilung der Anisotropie und damit die Verteilung der Werte von $(\varkappa_1 - \varkappa_2)$ in dem Gelatinezylinder durch die Gleichung gegeben:

$$\varkappa_1 - \varkappa_2 = (\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0'^2}\right),$$

wobei die Achsen der Anisotropie, wie oben bereits gesagt, überall parallel liegen. Dann erzeugt das Feld ein Drehmoment

$$D = \int_0^{r_0'} (\varkappa_1 - \varkappa_2)\, dv \cdot H^2 \sin\vartheta \cdot \cos\vartheta = \frac{v}{4} (\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 H^2 \sin 2\vartheta.$$

Dies wird kompensiert durch das mechanische Drehmoment, das aus dem Torsionsmoment des Drahtes hervorgeht, und dessen Größe aus der Ablenkung α und aus den Schwingungsdauern t_0 und t_1 ohne und mit Zusatzträgheitsmoment k zu berechnen ist:

$$D = \alpha \frac{\pi^2 \cdot k}{t_1^2 - t_0^2}.$$

Aus der Gleichsetzung beider Drehmomente läßt sich $(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0$ berechnen. Führt man dann die Elliptizität des Zylinders ein, durch die die Anisotropie erzeugt wurde, so ergibt sich die charakteristische Konstante K durch die Gleichung

$$K = -(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 \times 0{,}4055 \frac{r_0'}{\bar{u}_0}.$$

Die Ergebnisse der in dieser Weise durchgeführten Berechnungen der Messungen des Hrn. Brauneck sind in der nachfolgenden Tabelle S. 745 zusammengestellt. Die letzte Spalte enthält das Verhältnis der Konstanten K zu der Suszeptibilität $\varkappa$ der Substanz. Dieses Verhältnis ergibt sich als nahezu konstant, im Mittel $= -0{,}00170$. Bei gleicher Verzerrung ist also die entstehende Differenz der Suszeptibilitäten um so größer, je größer die ursprüngliche Suszeptibilität der nicht deformierten Substanz ist.

Weisel hat nach demselben Verfahren zwei Gelatinepräparate mit noch größerer Genauigkeit untersucht. Er konnte sich statt der Elfenbeinfassung einer spannungsfreien Glasfassung aus der Rheinischen Präzisionsglasfabrik bedienen. Das gewährte den Vorteil, nach der Ausmessung des Verhaltens der deformierten Substanz die Gelatine in der Glasfassung ohne irgendeinen anderen Eingriff schmelzen zu können und dann das Verhalten der nicht deformierten Substanz im

Nr.	Salz	Proz.-Gehalt	$\varkappa \cdot 10^{-6}$	$\bar{u}_0$	$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 \cdot 10^{-10}$	$K \cdot 10^{-8}$	Mittelwerte $K \cdot 10^{-8}$	Mittelwerte $K/\varkappa$
1a	$MnCl_2$	6,41	7,28	1,17	31,8	−1,22	−1,24	−0,00170
1b	„	6,41	7,28	0,8	22,6	−1,26		
4a	„	5,04	6,81	1,17	30,0	−1,14	−1,14	−0,00167
4b	„	5,04	6,81	0,8	20,5	−1,14		
5	—	—	− 0,844	1,17	−37,2	0,14	0,14	−0,00166
6a	$MnSO_4$	6,38	5,30	1,17	23,1	−0,88	−0,89	−0,00168
6b	„	6,38	5,30	0,8	16,2	−0,90		
7a	„	10,39	9,51	1,17	41,6	−1,58	−1,59	−0,00167
7b	„	10,39	9,51	0,8	28,8	−1,60		
8	„	12,30	11,49	1,17	49,3	−1,88	−1,88	−0,00163
9a	$CoSO_4$	5,75	3,36	1,17	15,4	−0,58	−0,55	−0,00164
9b	„	5,75	3,36	0,8	9,3	−0,52		
10a	„	7,90	4,35	1,17	19,4	−0,74	−0,78	−0,00180
10b	„	7,90	4,35	0,8	14,9	−0,83		
11	„	10,24	6,87	0,8	22,0	−1,22	−1,22	−0,00178
12a	„	12,73	9,27	1,17	42,1	−1,60	−1,60	−0,00173
12b	„	12,73	9,27	0,8	28,5	−1,59		
13a	„	14,39	10,60	1,17	47,2	−1,80	−1,79	−0,00169
13b	„	14,39	10,60	0,8	31,8	−1,78		
14a	$MgSO_4$	18,53	− 0,862	1,17	− 4,0	0,15	0,15	−0,00174
14b	„	18,53	− 0,862	0,8	− 2,6	0,14		
15a	$NiSO_4$	9,61	2,48	1,17	11,2	−0,42	−0,42	−0,00169
15b	„	9,61	2,48	0,8	7,4	−0,42		
16a	„	14,43	4,44	1,17	19,8	−0,76	−0,75	−0,00169
16b	„	14,43	4,44	0,8	13,4	−0,74		
						Mittel:		−0,00170

Felde zu kontrollieren. Das Glasgefäß bestand aus einem 20 mm hohen Ring vom Durchmesser 22,5 mm, der als Deckel eine aufgekittete planparallele Platte besaß, in die wiederum in der Mitte ein Präzisionsglasrohr von 400 mm Länge und 9 mm Durchmesser eingeschliffen und -gekittet war. Dieses trug am oberen Ende einen Doppelhaken zum Aufhängen und zwei zueinander senkrechte Spiegel. Der Glasring mit der gedrückten Gelatine wurde so in den Deckel eingesetzt, daß die Druckachse 45° mit den beiden Spiegelebenen bildete. Das Ganze hing im Magnetfeld so, daß die Druckachse auch mit den Kraftlinien 45° bildete. Dann konnte man die maximale Wirkung des magnetischen Feldes mit dem einen Spiegel in dem einen Quadranten und nach Drehung des Torsionskopfes um 90° mit dem anderen Spiegel in dem anderen Quadranten messen, und danach die gleichen Messungen an dem geschmolzenen Präparat. Weisels Ergebnisse waren folgende:

1. Präparat: 64 g destilliertes Wasser, 9 g Agfa-Lichtfiltergelatine, 10 g reinstes, getrocknetes $MnSO_4$. Die Suszeptibilität des Präparates ergibt sich zu $\varkappa = 11{,}86 \cdot 10^{-6}$.

Zylinder mit kleiner Deformation, $\frac{r}{\bar{u}_0} = \frac{11{,}8}{0{,}65}$. Ablenkung des deformierten Präparats $-12{,}8$ im einen, $+8{,}5$ im anderen Quadranten, des geschmolzenen Präparats $-4{,}6$ und $-0{,}7$. Daraus berechnet sich

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = 29{,}2 \cdot 10^{-10},\ K = -2{,}05 \cdot 10^{-8},\ \frac{K}{\varkappa} = -0{,}00173.$$

Zylinder mit großer Deformation, $\frac{r}{\bar{u}_0} = \frac{11{,}8}{1{,}1}$. Ablenkung des deformierten Präparats $-16{,}7$ und $+14{,}8$, des geschmolzenen Präparats $-1{,}2$ und $+0{,}3$. Daraus berechnet sich

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = 50{,}3 \cdot 10^{-10},\ K = -2{,}08 \cdot 10^{-8},\ \frac{K}{\varkappa} = -0{,}00176.$$

2. Präparat: 100 g destilliertes Wasser, 12 g Agfa-Lichtfiltergelatine, 15 g reinstes NaCl. Das Präparat ist diamagnetisch, $\varkappa = -0{,}984 \cdot 10^{-6}$. Zylinder mit kleiner Deformation,

$$\frac{r_0}{\bar{u}_\delta} = \frac{12{,}0}{0{,}85}.$$

Ablenkung des deformierten Präparats $+1{,}2$ im einen, $=0{,}3$ im anderen Quadranten, des geschmolzenen Präparats $+0{,}3$ im einen, $+0{,}7$ im anderen Quadranten. Daraus berechnet sich

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = -3{,}10 \cdot 10^{-10},\ K = 0{,}166 \cdot 10^{-8},\ \frac{K}{\varkappa} = -0{,}00169.$$

Zylinder mit großer Deformation, $\frac{r_0}{\bar{u}_0} = \frac{12{,}0}{1{,}75}$. Ablenkung des deformierten Präparats $+1{,}9$ im einen, $-1{,}1$ im anderen Quadranten, des geschmolzenen Präparats $-0{,}1$ im einen, $+0{,}7$ im anderen Quadranten. Daraus berechnet sich

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2)_0 = -6{,}24 \cdot 10^{-10},\ K = 0{,}162 \cdot 10^{-8},\ \frac{K}{\varkappa} = -0{,}00165.$$

Die Ergebnisse bestätigen die Annahme, daß erst bei Berücksichtigung der Ablenkungen des nichtdeformierten Präparats eine gute Übereinstimmung der Messungen in den beiden Quadranten erzielt wird. Als Mittelwert für $K/\varkappa$ aus den 4 Versuchen ergibt sich $-0{,}001708$. Daß dieser Wert mit den aus den Brauneckschen Messungen folgenden so gut übereinstimmt, dürfte wohl Zufall sein. Aber die Konstanz des Wertes von $K/\varkappa$ für diese verschiedenen Gelatinelösungen ist jedenfalls ein beachtenswertes Ergebnis. Es erschien daher von Interesse, solche Messungen auch an Stoffen anderer Art auszuführen. Darüber wird Herr Weisel im folgenden selber berichten.

Gießen.

(Eingegangen 13. Mai 1933)

Versuche über magnetische Eigenschaften bei künstlicher Anisotropie an Zelloidin, Agar-Agar und Zelluloid

Von Karl Weisel

(Mit 5 Figuren)

Im Anschluß an meine Kontrollversuche mit Gelatinezylindern[1]) sollten ursprünglich ähnliche Messungen an Zelloidinpräparaten ausgeführt werden. Bei der Herstellung der Präparate bin ich jedoch auf nicht zu beseitigende Schwierigkeiten gestoßen, so daß diese Versuche wieder abgebrochen wurden. Da Zelloidin sich nur in einer Mischung von Alkohol und Äther löst, versuchte ich, aus einer derartigen Lösung bei langsamem Verdunsten der Lösungsmittel gallertartige Zelloidinplatten herzustellen, aus denen dann nach einer künstlichen Deformation der ganzen Platte runde Zylinder ausgestochen werden sollten. Die Lösungsmittel verdunsten aber bei Zimmertemperatur so stark, daß sich schon nach kurzer Zeit eine feste Schicht auf der Oberfläche bildete, während das Innere noch ziemlich lange weich blieb. Es traten dadurch natürlich Spannungen auf, so daß die Präparate schon bei der optischen Untersuchung als unbrauchbar befunden wurden. Nach längeren ebenfalls mißglückten Versuchen mit Bakelit begann dann die Herstellung der Präparate aus Agar-Agar. Es zeigte sich, daß das von E. Merck, Darmstadt, bezogene Agar-Agar in vierkantigen Stangen am besten geeignet war. Den Präparaten wurde beim Herstellungsprozeß ein in etwas destilliertem Wasser gelöster Zusatz von para- oder diamagnetischen Salzen beigefügt. Um den Agar-Agar-Zylindern die nötige elastische Beschaffenheit zu geben, wurde der größte Teil des Lösungswassers durch Glyzerin ersetzt. Die Substanzen wurden mehrmals filtriert. Trotzdem die optische Untersuchung der gegossenen und gedrückten Agar-Agar-Zylinder dieselben Erscheinungen zeigte wie die der Gelatinezylinder, konnte ich bei der Messung der Ablenkungswinkel zu keinem befriedigenden

1) Vgl. den vorhergehenden Aufsatz S. 736.

Resultat kommen. Diese Mißerfolge dürften ihre Ursache haben in Verunreinigungen des Agar–Agars, die die magnetischen Messungen störten.

Zelluloid zeigt bekanntlich[1]) die Eigenschaft, eine unter gewissen Bedingungen entstandene Deformation dauernd beizubehalten. Platten aus Zelluloid, die in einer Richtung gedehnt werden, zeigen an bestimmten Stellen eine ziemlich starke Doppelbrechung. Es lag daher nahe, Scheibchen, die aus solchen Platten ausgeschnitten waren, im Magnetfeld zu untersuchen, in der Weise, wie zuerst H. Ambronn[2]) schon 1891 qualitativ nachgewiesen hat, daß mit künstlicher Doppelbrechung an Gelatineplatten auch eine Differenz der Suszeptibilitäten nach verschiedenen Richtungen verbunden ist. Voraussetzung für diese Untersuchungen ist allerdings eine an allen Stellen des zu untersuchenden Plättchens gleiche Doppelbrechung. Die Zelluloidplatten behalten nur dann eine Dauerdeformation, wenn sie bei höherer Temperatur gedehnt werden und dann in gespanntem Zustand langsam erkalten. Eine gleichmäßige Dehnung gelingt nur bei möglichst gleichmäßiger Temperatur. Die Platten, die in der heißen Luft über einem elektrischen Ofen oder in einem mit heißem Wasser getränkten Tuche gedehnt wurden, zeigten oft ganz ungleichmäßige Doppelbrechung. Erst bei einer Dehnung im Wasserdampfbad war die Spannung innerhalb eines größeren Bereiches gleich. Die Größe der entstehenden Doppelbrechung ist neben der Größe der Spannung auch abhängig von der Temperatur, bei der die Platten gedehnt werden, und scheint bei niedriger Temperatur ihren größten Wert zu haben.

Den Untersuchungen ist wieder die Formel der Thomsonschen Theorie zugrundegelegt.

$$D = v \cdot (\varkappa_1 - \varkappa_2) \cdot H^2 \cdot \sin^2 \delta \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta ,$$

in der δ den Winkel der Drehungsachse mit der Dehnungsachse bedeutet. Nimmt man wieder an, daß

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = K \cdot (\alpha - \beta),$$

wobei α und β die Verzerrungen in der Zugrichtung und senkrecht dazu sind, so wird für $\delta = 90^0$ und für das Maximum des Drehmomentes, d. h. $\vartheta = 45^0$

$$D = \frac{v}{2} \cdot K \cdot (\alpha - \beta) \cdot H^2 .$$

---

1) H. Ambronn, „Über anomale Doppelbrechung beim Zelluloid". Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., Math.-Phys. Kl. 18, 249 u. 402/406, 1911.

2) Vgl. Berichte d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., Math.-Phys. Kl., Sitzung vom 3. August 1891.

Experimentell bestimmt wird das Drehmoment durch Beobachtung der Ablenkungswinkel α, bzw. der Ausschläge s

$$D = \frac{s}{2 \cdot a} \cdot \frac{\pi^2 k'}{t'^2 - t^2}.$$

Also

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = \frac{s}{v} \cdot \frac{\pi^2 k'}{a \cdot (t'^2 - t^2) H^2}$$

oder

$$K = \frac{s}{(\alpha - \beta) \cdot v} \cdot \frac{\pi^2 k'}{a \cdot (t'^2 - t^2) H^2}.$$

Auf die Mitte der Zelluloidplatte von 10 cm Länge, 5 cm Breite und verschiedener Dicke wurde mit dem Reißzirkel ein Kreis von etwa 2 cm Durchmesser leicht angeritzt. Der Durchmesser dieses Kreises mußte mit dem Kathetometer genau ausgemessen werden. Dann wurde die Platte links und rechts in je einem Support auf der Drehbank eingespannt. Zuvor war noch ein kleiner Blechkasten mit zwei gegenüberliegenden Schlitzen über die Platte geschoben worden. Die Schlitze wurden mit Asbest abgedichtet und dann Wasserdampf durch den Kasten geleitet. Nach einiger Zeit konnte dann die Platte durch langsames gleichmäßiges Drehen der Supportspindel bis auf die gewünschte Länge ausgedehnt werden. Nach dem Erkalten wurden die beiden Achsen der aus dem Kreis entstandenen Ellipse mit dem Kathetometer gemessen. Aus der relativen Verlängerung bzw. Verkürzung des Kreisradius konnte der Ausdruck $\alpha - \beta$ berechnet werden. Aus dem Mittelstück wurde dann mit Hilfe eines Messingkorkbohrers auf der Drehbank ein Scheibchen vom Durchmesser $2r = 2{,}230$ cm ausgestochen. Die Dicke des Plättchens konnte mit einem Dickenmesser der Firma Zeiss, Jena, gemessen werden.

Zwischen gekreuzten Nicols zeigten die Scheibchen eine gleichmäßige Aufhellung, z. T. eine gleichmäßige Interferenzfarbe bzw. vollständige Auslöschung. Im Na-Licht wurde der Gangunterschied der Plättchen mit Hilfe eines Gipskeiles bestimmt, auf dem die Verschiebung der Interferenzstreifen beim Überdecken mit dem Zelluloid gemessen wurden. Die so untersuchten Plättchen wurden nun längere Zeit in Salzsäure und destilliertem Wasser gereinigt und dann mit etwas Klebwachs an das untere Ende eines etwa 30 cm langen, 3 mm dicken Glasstabs angekittet. Der Glasstab trug einen Doppelhaken und die Galvanometerspiegel. Mit einer einfachen Vorrichtung, die gestattete, einen dieser Spiegel genau senkrecht anzuvisieren, wurde die markierte Zugachse des Plättchens in die gewünschte Stellung gebracht. Zur Feststellung der maximalen Ablenkung

mußten die Scheibchen in 6—12 verschiedenen Lagen untersucht werden. Die Beobachtungsmethode war die gleiche wie bei den Gelatineversuchen. Sie war insofern schwieriger und die Resultate etwas ungenauer, weil die Versuche 10—12 Stunden in Anspruch nahmen und die Zimmertemperatur in dieser Zeit kleinen Schwankungen unterlag, die störende Luftbewegungen hervorriefen und die empfindlichere Aufhängung nur langsam zur Ruhe kommen ließen. Um nämlich größere Ausschläge zu erzielen, wurde ein dünnerer, 0,092 mm starker Phosphorbronzedraht zur Aufhängung benutzt, und außerdem war die Feldstärke des Elektromagneten auf 5050 Gauss erhöht worden. Das Zusatzträgheitsmoment betrug wieder 15,493 g · cm². Der Ausdruck $(t'^2 - t^2)$ hatte den Wert 32,758. Der Abstand Spiegel—Skala war $a = 2{,}300$ m.

Zur Bestimmung der Suszeptibilität des nichtdeformierten Zelluloids sollte dieselbe Methode wie bei den Gelatineversuchen angewandt werden. Da mir keine längeren Zelluloidstreifen zur Verfügung standen, mußte ich mehrere kleine Stücke mit Aceton aneinanderkleben. Dieser zusammengeklebte Streifen wurde in Salzsäure und destilliertem Wasser gründlich gereinigt, dann getrocknet und an der Waage aufgehängt. Die zwei untersuchten Zelluloidarten zeigten bei Einschalten des Elektromagneten beide eine Gewichtsverminderung, waren also diamagnetisch. Der mittlere Querschnitt der Streifen wurde aus dem Volumen und der Länge berechnet. Das Volumen konnte nach der Auftriebmethode an derselben Waage gemessen werden. Die Länge habe ich mit dem Kathetometer gemessen, sie betrug 79,00 bzw. 77,67 cm. Für das Zelluloidpräparat I betrug die Abstoßung $p_x = -0{,}0039$ g, der Querschnitt wurde berechnet zu $q = 0{,}1103$ cm² und daraus

$$\varkappa = -\frac{2 \cdot p \cdot 981}{q \cdot H^2} = -0{,}809 \cdot 10^{-6}.$$

Für das Präparat II ergaben sich folgende Werte:

$$p_x = -0{,}0049 \text{ g}, \quad q = 0{,}1648 \text{ cm}^2$$

und

$$\varkappa = -0{,}681 \cdot 10^{-6}.$$

Im folgenden sind nun die Beobachtungsergebnisse mit allen erforderlichen Daten zusammengestellt. In den Tabellen und Kurven sind die Ausschläge s in Millimetern bei den verschiedenen Winkeln zwischen Zugachse und Kraftlinien ϑ in Grad aufgetragen. Dabei wächst von oben gesehen ϑ gegen den Uhrzeiger, und den positiven Vorzeichen entspricht eine Ablenkung im Uhrzeigersinn.

Zelluloidpräparat I

$$\varkappa = -0{,}809 \cdot 10^{-6}$$

I. Kleine Deformation

Die Differenz der Verzerrungen $(\alpha - \beta) = 0{,}3659$; $\alpha = 1{,}2561$; $\beta = 0{,}8902$.

Die Dicke des Plättchens ist 0,0569 cm, sein Durchmesser 2,230 cm. Daraus berechnet sich das Volumen $v = 0{,}2222$ cm³. Der Gangunterschied für Na-Licht betrug $15{,}8/16 \cdot \lambda$.

Beobachtungen der Ablenkungen s für verschiedene Winkel ϑ zwischen Zugachse und Kraftlinien bei einer Feldstärke von 5050 Gauss:

ϑ in Grad	0	22,5	45	56	67,5	90	112,5	135	146
s in mm	+5,1	−6,0	−9,5	−10,4	−7,8	−6	+5	+6	+7,2

vgl. Fig. 1.

Der mittlere Maximalausschlag ergibt sich daraus zu 8,8 mm. Die Berechnung ergibt:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = 31{,}51 \cdot 10^{-10}$$
$$K = 0{,}861 \cdot 10^{-8}$$
$$K/\varkappa = -0{,}0106.$$

II. Mittlere Deformation

Die Differenz der Verzerrungen $(\alpha - \beta) = 0{,}4681$; $\alpha = 1{,}3273$; $\beta = 0{,}8592$.

Die Dicke des Plättchens ist 0,0549 cm, sein Durchmesser 2,230 cm. Daraus berechnet sich das Volumen $v = 0{,}2144$ cm³. Der Gangunterschied für Na-Licht betrug $15/16 \cdot \lambda$.

Die Ablenkungen s in Millimeter Skalenteilen betrugen:

ϑ in Grad	0	22,5	45	56	67,5	90	112,5	135	146
s in mm	+5,2	−5	−6,7	−11	−9,0	−5,8	+5,0	+5,3	+7,7

vgl. Fig. 2.

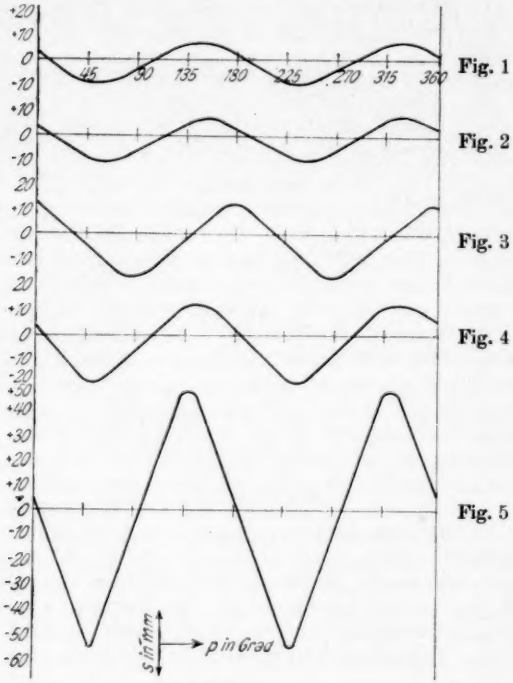
Der mittlere Maximalausschlag beträgt $s = 9{,}35$ mm. Die Berechnung ergab:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = 34{,}70 \cdot 10^{-10}$$
$$K = 0{,}741 \cdot 10^{-8}$$
$$K/\varkappa = -0{,}0092.$$

III. Große Deformation

Die Differenz der Verzerrungen $(\alpha - \beta) = 0{,}7554$; $\alpha = 1{,}5599$; $\beta = 0{,}8045$.

Die Dicke des Plättchens ist 0,0511 cm, sein Durchmesser 2,230 cm. Daraus wird das Volumen berechnet zu $v = 0{,}1996$ cm³. Der Gangunterschied für Na-Licht betrug $14{,}5/16 \cdot \lambda$.



Figg. 1—5

Zusammenstellung der Ablenkungen in Skalenteilen:

ϑ in Grad	0	22,5	67,5	85	90	112,5	157,5	175
s in mm	+12,4	+7,6	−10,6	−17,0	−16,4	−7,0	+7,0	+13,3

vgl. Fig. 3.

Der mittlere Maximalausschlag beträgt $s = 15{,}15$ mm. Daraus berechnet sich:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = 60{,}41 \cdot 10^{-10}$$
$$K = 0{,}800 \cdot 10^{-8}$$
$$K/\varkappa = -0{,}0099.$$

Zelluloidpräparat II

$\varkappa = -0{,}681 \cdot 10^{-6}$

I. Kleine Deformation

Die Differenz der Verzerrungen $(\alpha - \beta) = 0{,}2483$; $\alpha = 1{,}1700$; $\beta = 0{,}9217$.

Die Dicke des Scheibchens ist 0,187 cm, sein Durchmesser 2,230 cm. Daraus berechnet sich das Volumen zu $v = 0{,}7303$ cm³. Der Gangunterschied für Na-Licht betrug $^1/_2 \cdot \lambda$.

Die Ablenkungen s waren folgende:

ϑ in Grad	0	45	56	90	135	146	
s in mm	+4,7	−17,8	−18,1	−5,7	+10,4	+13,6	vgl. Fig. 4.

Der mittlere Maximalausschlag beträgt $s = 15{,}85$ mm. Ferner:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = 17{,}27 \cdot 10^{-10}$$
$$K = 0{,}696 \cdot 10^{-8}$$
$$K/\varkappa = -0{,}0102.$$

II. Große Deformation

Die Differenz der Verzerrungen $(\alpha - \beta) = 0{,}8893$; $\alpha = 1{,}6642$; $\beta = 0{,}7749$.

Die Dicke des Scheibchens betrug 0,1884 cm, sein Durchmesser 2,230 cm. Daraus berechnet sich das Volumen $v = 0{,}7338$ cm³. Der Gangunterschied für Na-Licht betrug $7/8 \cdot \lambda$.

Die Ablenkungen s für verschiedene ϑ:

ϑ in Grad	0	34	45	50	56	67,5	90
s in mm	+5,4	−36,0	−51,6	−55,6	−48,7	−38,3	−5,7

	124	135	140	146	157	
	+37,2	+46,6	+46,8	+45,7	+35,7	vgl. Fig. 5.

Der mittlere Maximalausschlag beträgt $s = 51{,}2$ mm. Aus den beobachteten Werten berechnet sich:

$$(\varkappa_1 - \varkappa_2) = 55{,}38 \cdot 10^{-10}$$
$$K = 0{,}623 \cdot 10^{-8}$$
$$K/\varkappa = -0{,}0091.$$

Die Ergebnisse zeigen die Bestätigung der Annahme, daß die Differenz der Verzerrungen in den Hauptdruckrichtungen der Differenz der Suszeptibilitäten proportional ist. Die Proportionalitätskonstante hat für dasselbe Präparat bei verschiedener Deformation nahezu gleiche Werte, und das Ver-

hältnis dieser Größe zur Suszeptibilität der nichtdeformierten Substanz ist für die verschiedenen Zelluloidarten auch nahezu konstant. Das Mittel aller Werte von $K/\varkappa$ beträgt 0,0098.

Die Ergebnisse sind eigentlich nicht mit den Ergebnissen der Gelatineversuche vergleichbar, und die Analogie ist zu verwundern, da das Zelluloid ja weit über der Elastizitätsgrenze untersucht wurde, wo doch andere Verhältnisse zu vermuten sind. Bemerkenswert ist noch die aus den Kurven hervorgehende Tatsache, daß die Richtung der größten Magnetisierbarkeit nicht immer mit der Zugachse zusammenfällt, was vielleicht auf das Zusammenwirken der beiden in dem Zelluloid enthaltenen Komponenten, Kampfer und Nitrozellulose, zurückzuführen ist. Das Verhältnis $K/\varkappa$ hat zwar einen größeren Wert als bei den Gelatineversuchen, es ist aber innerhalb der Zelluloidpräparate konstant, und die mit einer Periode von π sinusförmig verlaufenden Kurven zeigen auch für die Zelluloidversuche einen der Theorie entsprechenden Verlauf.

Gießen.

(Eingegangen 11. Mai 1933)

Die Beeinflussung langsamer Protonen durch neutrale Gasmoleküle (Gesamtwirkung, Streuung, Umladung)

Von C. Ramsauer und R. Kollath

(Aus dem Forschungsinstitut der AEG.)

(Mit 19 Figuren)

In einer früheren Arbeit über den Wirkungsquerschnitt der Gasmoleküle He, Ne, Ar, H_2, N_2 gegenüber langsamen Protonen[1]) hatten wir in qualitativen Versuchen gefunden, daß verschiedene Beeinflussungen der Protonen beim Zusammenstoß zwischen Protonen und Gasmolekülen vorkommen: Die Protonen können gestreut werden, wobei damals nicht weiter untersucht wurde, unter welchen Bedingungen diese Streuung im einzelnen stattfindet, ferner konnte indirekt auf das Vorhandensein von langsamen geladenen Teilchen geschlossen werden. In einer späteren Arbeit[2]) stellten wir dann durch quantitative Einzeluntersuchungen fest, daß die Streuung von Protonen an Gasmolekülen nach den Gesetzen des elastischen Stoßes stattfindet und daß außer dieser elastischen Streuung nur noch der oben an zweiter Stelle genannte Vorgang auftritt. Abgesehen von der tiefer gehenden Lösung einiger Einzelfragen, sollen hier die Resultate der beiden vorangegangenen Arbeiten erweitert werden, und zwar durch Ausdehnung der *Wirkungsquerschnittmessungen* auf die Edelgase Krypton und Xenon, sowie Methan, und durch Ausdehnung der *Streumessuugen* auf die Edelgase Krypton und Xenon. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist also der, das gesamte Versuchsmaterial soweit zu vervollständigen, daß Schlüsse allgemeinerer Natur möglich werden.

---

1) C. Ramsauer, R. Kollath u. D. Lilienthal, Ann. d. Phys. [5] 8. S. 709. 1931, im folgenden zitiert als „WQ-Arbeit".

2) C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. d. Phys. [5] **16**. S. 570. 1933, im folgenden zitiert als „Streuarbeit".

Experimentelle Erweiterung des aus zwei früheren Arbeiten der Verff. („WQ-Arbeit“ und „Streuarbeit“) bekannten Materials

1. Wirkungsquerschnittmessungen an Krypton, Xenon, Methan

Experimentelles. Die Apparatur für die Messung des Wirkungsquerschnitts (WQ) ist genau dieselbe, wie sie in der „WQ-Arbeit“ bereits so ausführlich beschrieben wurde, daß sich hier eine Besprechung erübrigt. Es sei nur daran erinnert, daß die Protonen an einer metallischen Lithiumfläche durch Elektronenbombardement ausgelöst, im Felde eines Elektromagneten homogenisiert und von mitlaufenden anderen Ionen befreit wurden. Die WQ-Messung selbst fand am geradlinigen Strahl mit zwei hintereinander geschalteten Käfigen statt, von denen der Durchgangskäfig eine Länge von 4 cm, der Auffangkäfig eine Länge von 7 cm hatte. Die jetzige Methodik wurde in allen Einzelheiten den früheren Versuchen angepaßt, um eine möglichst weitgehende Vergleichbarkeit der Resultate zu sichern. Speziell wurden zwischen Meßpunkten in den neu durchzumessenden Gasen Kontrollmessungen an den schon früher untersuchten ausgeführt. Das für die Messung benutzte Krypton enthielt eine Beimengung von 2 % Xe, das Xenon enthielt 5 % Kr. Die WQ-Kurven sind entsprechend diesen Beimengungen auf 100 %igen Kr- bzw. Xe-Gehalt korrigiert. Sie wurden ferner, ebenso wie die früheren Messungen, von Zimmertemperatur auf 0° C umgerechnet.

Meßergebnisse. Fig. 1 zeigt den WQ von *Krypton* mit Meßpunkten. Von 30 Volt an steigt die Kr-Kurve mit wachsender Protonengeschwindigkeit zunächst ziemlich steil an, erreicht bei etwa 400 Volt ein Maximum, um dann langsam wieder abzusinken. Bei den ersten orientierenden Messungen war dabei jede Kr-Messung von einer Vergleichsmessung in Ar begleitet, da besonders der Anstieg bei kleinsten Geschwindigkeiten, verglichen mit dem Charakter der übrigen in der „WQ-Arbeit“ durchgemessenen Edelgase He, Ne, Ar die hier sämtlich einen Abfall zeigen, uns sehr überraschte. Aus diesem Grunde wurde auch bei den endgültigen Messungen (○ ○) der Anstieg der Kr-Kurve zwischen 30 und 120 Volt gegenüber dem Abfall der Ar-Kurve in demselben Intervall nochmals durch unmittelbar an die Kr- (●●) anschließende Ar-Messungen (× ×) bewiesen, die gut mit der Argonkurve aus der „WQ-Arbeit (- - - -) zusammenfielen.

Fig. 2 gibt unsere WQ-Messungen an *Xenon*. Dieses Edelgas bereitete bei der Messung einige Schwierigkeiten,

weil es, wie in früheren Fällen, Kondensationserscheinungen bei Kühlung mit flüssiger Luft zeigte, so daß wir mit Petroläther schmelze als Kühlung arbeiten mußten; hierdurch ist

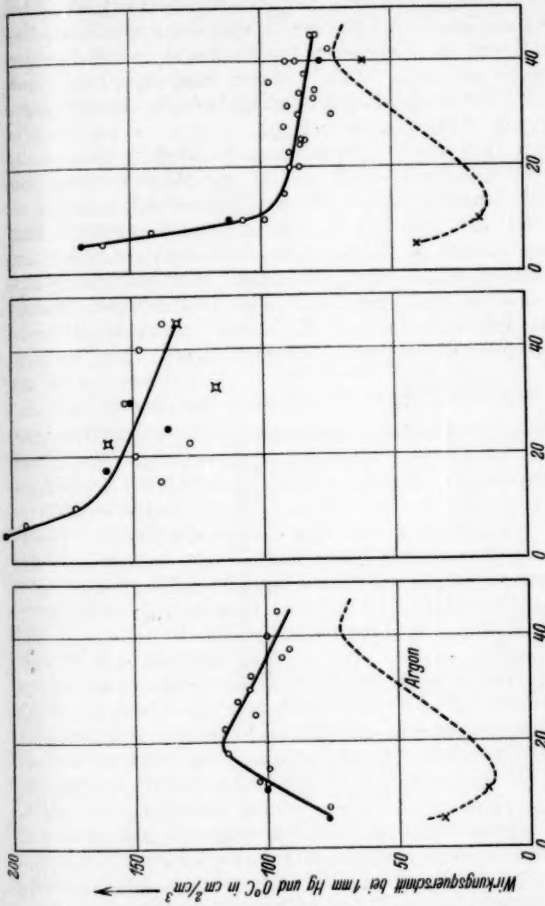


Fig. 3. **Methan**
Fig. 2. **Xenon**
Fig. 1. **Krypton**
Der Wirkungsquerschnitt der Gase Krypton, Xenon und Methan gegenüber langsamen Protonen als Funktion der Protonengeschwindigkeit (Zur Bedeutung der verschiedenen Punktbezeichnungen vgl. den Text!)

wohl hauptsächlich die verhältnismäßig große Streuung der Meßpunkte in Xenon bedingt. Jedenfalls zeigten aber Messungen bei kleinem Druck (●●) und Messungen bei großem Druck (○ ○) sowie Kontrollpunkte, die in einem größeren Zeit-

abstand aufgenommen waren (¤ ¤), keine systematische Streuung. Der eingezeichnete Kurvenverlauf ist demnach nicht als quantitativ gesichert anzusehen, gibt aber den Charakter der WQ-Kurve sicher richtig wieder. Die Xe-Kurve fällt also bei kleinen Protonengeschwindigkeiten ebenso wie die He-, Ne- und die Ar-Kurve im Gegensatz zur Kr-Kurve mit steigender Geschwindigkeit zunächst schnell, dann langsamer ab, ohne in dem hier untersuchten Geschwindigkeitsbereich einen Wiederanstieg bzw. ein Maximum zu zeigen.

In Fig. 3 sind die WQ-Messungen an *Methan* dargestellt. Mit steigender Geschwindigkeit nimmt der WQ zunächst von einem verhältnismäßig hohen Wert (170 cm^2/cm^3) schnell ab bis zu 90 cm^2/cm^3 bei 225 V, um dann bis zu 2000 Volt ganz langsam weiter zu fallen. Der Kurvenverlauf wurde an drei typischen Stellen durch Vergleich mit auf die CH_4-Messungen (●●) unmittelbar folgenden Ar-Messungen (× ×) gestützt, die früher festgelegte Ar-Kurve ist in Fig. 3 zum Vergleich als gestrichelte Linie miteingetragen.

2. Streumessungen an Krypton und Xenon

Die folgenden Messungen über die Streuung von Protonen an Kr- und Xe-Atomen schließen sich, was die Apparatur und die Meßmethodik anbelangt, unmittelbar an die Messungen unserer „Streuarbeit“ an. Es sollen hier nur einige apparative Änderungen besprochen werden, die einerseits günstigere Intensitätsbedingungen schaffen und damit eine schnellere und sichere Messung ermöglichen sollten und die andererseits durch die Besonderheiten der untersuchten Gase bedingt waren.

Experimentelles. Während früher die Protonen in der Form beschleunigt wurden, daß sie vor dem Magneten stets 30 Volt und hinter dem Magneten ihre Endgeschwindigkeit erhielten, erwies es sich jetzt besonders in Verbindung mit der im nächsten Absatz beschriebenen Einrichtung als günstig, vor dem Magneten eine Geschwindigkeit von 40 Volt zu erteilen. Um die Vergleichbarkeit der früher erhaltenen Resultate mit denjenigen nach dieser neuen Beschleunigungsform zu sichern, wurden die magnetische Verteilungskurve[1]) und die Gegenspannungskurve eines Protonenstrahls für beide Beschleunigungsformen direkt hintereinander aufgenommen. In den Figg. 4a, b werden die Kurven mit 30 Volt Beschleunigung vor und 30 Volt hinter dem Magneten (○ ○) und die Kurven

1) Vgl. C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. d. Phys. [5] 8. S. 703. 1931.

mit 40 Volt vor und 20 Volt hinter dem Magneten (× ×) einander gegenübergestellt. Hierbei liegt natürlich an sich in Fig. 4a die × ×-Kurve entsprechend der höheren Protonengeschwindigkeit bei höheren Magnetspulenstromstärken; um aber die Form der magnetischen Verteilungskurven gut vergleichen zu können, sind die Maxima beider Kurven durch Verwendung verschiedener Abszissenmaßstäbe aufeinandergelegt: die Übereinstimmung zwischen beiden Kurven ist nahezu vollständig. In den Gegenspannungskurven der Fig. 4b zeigt sich die früher benutzte Beschleunigungsform der jetzigen etwas überlegen insofern, als der Abfall der Gegenspannungskurve jetzt nicht mehr ganz so scharf ist wie früher, doch ist auch hier die Übereinstimmung für den unmittelbaren Vergleich der Resultate ausreichend.

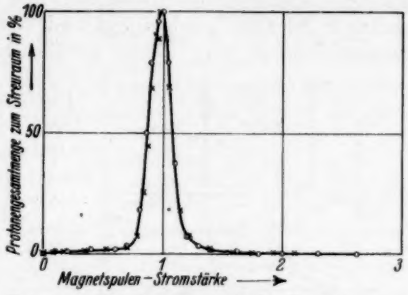


Fig. 4a. Gleiche magnetische Verteilungskurven bei der früher benutzten: ○ ○ } Beschleunigungsform jetzt benutzten: × × } (Maxima aufeinandergelegt, vgl. Text)

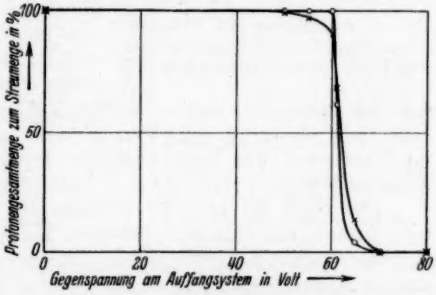


Fig 4b. Gegenspannungskurven der Gesamtmenge bei der früher benutzten: ○ ○ } Beschleunigungsform jetzt benutzten: × × }

Nach dem Ergebnis dieser Kontrollmessungen, die die Gleichwertigkeit beider Beschleunigungsformen beweisen, wurde in den meisten Fällen die neue Beschleunigungsform benutzt.

Eine merkbare Vergrößerung der Strahlintensität wurde durch die Anbringung einer elektrostatischen Sammellinse für die Protonen erreicht.[1]) Ihre Anordnung in der Apparatur geht

1) Die Anregung zur Benutzung einer solchen Linse verdanken wir Herrn O. Scherzer.

aus der schematischen Fig. 5 hervor: Der durch den Magneten homogenisierte und senkrecht nach unten gerichtete Protonenstrahl von 40 Volt Geschwindigkeit (– – –) wird zunächst zwischen Magnetaustrittsblende und Horizontalblende mit weiteren 20 Volt beschleunigt und tritt dann in das Feld der Sammellinse L ein. Diese besteht aus drei Messingblechen mit gleich großen Kreisöffnungen (Durchmesser 5 mm), deren mittlere auf variablem Potential (Optimum bei etwa -70 Volt) liegt, während die beiden äußeren zusammen mit dem Konus K geerdet sind. Die Wirkungsweise einer solchen Linse ist bereits von anderer Seite weitgehend beschrieben worden.[1]) Es mag hier nur darauf hingewiesen werden, daß eine elektrostatische Linse bei entsprechender Potentialumkehr gegenüber Elektronen und gegenüber Protonen die gleiche Wirkung ausübt. Die Protonenintensität im Streuraum wurde gewöhnlich auf das zwei- bis dreifache durch Anschaltung des Linsenpotentials verstärkt; eine Verschlechterung der Strahlgeometrie im Streuraum war gegenüber den früheren Messungen nicht festzustellen.

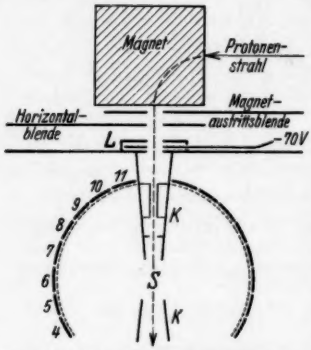


Fig. 5. Anordnung der Protonensammellinse L in der Streuapparatur (Skizze unten abgebrochen!)

Die Gase Kr und Xe strömten in die Apparatur nicht wie früher aus einem größeren Vorratskolben durch eine Kapillare ein, sondern direkt durch einen Prytzverschluß, dessen Magnesiastäbchen so ausgesucht war, daß sich der gewünschte Druck in der Apparatur einstellte. Das Krypton enthielt 2 % Xe, das Xenon enthielt 5 % Kr, eine entsprechende Umrechnung der Resultate auf 100 %igen Kr- bzw. Xe-Gehalt wurde nicht vorgenommen. Wie bei den WQ-Messungen wurde die Apparatur bei Kr-Füllung mit flüssiger Luft, bei Xe-Füllung mit Petroläther-schmelze ($-140°$ C) gekühlt. Kontrollmessungen in Ar mit Petroläther-schmelze als Kühlung ergaben das gleiche Resultat wie früher in der „Streuarbeit“ mit flüssiger Luft als Kühlung.

1) Vgl. H. Johansson u. O. Scherzer, Ztschr. f. Phys. **80**. S. 183. 1933.

Meßergebnisse. Fig. 6 zeigt Gegenspannungskurven bei 64 Volt Primärgeschwindigkeit in *Krypton* für verschiedene Zonen. Für Zone 2 (oberstes Bild) haben wir einen ganz analogen Fall vor uns, wie wir ihn bereits von den Messungen an He und Ar aus der „Streuarbeit" kennen: Die Gegenspannungskurve fällt in der Nähe von 0 Volt und in der Nähe von 60 bis 65 Volt ab, während sie in ihrem anderen Teil horizontal verläuft: Es treten also in Kr neben zahlreichen langsamen geladenen Teilchen (steiler Abfall bei 0 V) auch

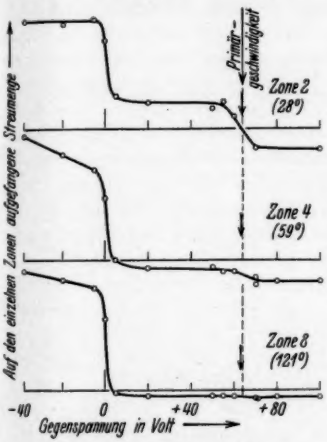


Fig. 6. Gegenspannungskurven in **Krypton** an verschiedenen Zonen

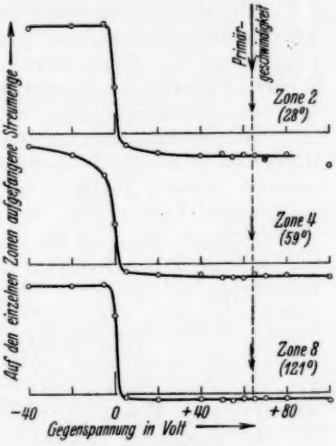


Fig. 7. Gegenspannungskurven in **Xenon** an verschiedenen Zonen

elastisch gestreute Protonen auf (Abfall bei etwa 60 bis 65 Volt). Ganz ähnliche Verhältnisse zeigen das mittlere und das untere Bild für Zone 4 und 8, wenn hier auch schon der Kurvenabfall zwischen 60 und 65 Volt gegenüber dem bei 0 V nur noch schwach angedeutet ist.

Die Gegenspannungskurven in *Xenon* (Fig. 7) erhalten für alle untersuchten Zonen (2, 4, 8) einen völlig einheitlichen Charakter dadurch, daß der der elastischen Streuung entsprechende Kurvenabfall zwischen 60 und 65 Volt völlig verschwunden ist, die gesamte Aufladung der Zone wird hier also durch langsame geladene Teilchen hervorgerufen. Besonders an denjenigen Stellen, wo der Kurvenabfall zu erwarten wäre, welcher elastischer Streuung der Protonen ent-

spricht, (↓), sind alle drei Kurven innerhalb der Versuchsfehler völlig horizontal.

Winkelverteilungskurven der elastisch gestreuten Protonen werden bei Kr und Xe nicht gegeben, weil in Xe überhaupt keine elastisch gestreuten Protonen vorhanden sind, in Kr nur so wenig, daß eine gesicherte Festlegung der Winkelverteilungskurve nicht möglich war.

3. Ladung und Geschwindigkeit der langsamen Teilchen

Wir wollen jetzt untersuchen, was für Teilchen den Abfall der Gegenspannungskurven bei 0 Volt hervorrufen (vgl. Figg. 6 und 7). Rein formell kann es sich um ankommende positive Teilchen (verlangsamte Protonen oder positive Ionen aus dem Streuraum) oder um weggehende negative Teilchen (an der Meßzone ausgelöste Sekundärelektronen) handeln. Hierbei könnten die Sekundärelektronen allerdings nicht durch schnelle positive Teilchen hervorgerufen sein, da solche, wie der weitere Verlauf der Gegenspannungskurve zeigt, z. B. in Xe überhaupt nicht, in Kr in zu kleiner Zahl vorhanden sind, während in diesen beiden Gasen gerade die positive Zonenaufladung bei negativer Gegenspannung besonders deutlich auftritt; es wäre aber denkbar, daß schnelle Neutralteilchen, die bei Umladungsprozessen entstehen, auch gleichzeitig in verschiedene Richtungen gestreut werden und beim Auftreffen auf die Zone Sekundärelektronen hervorrufen. Wir haben jedoch bisher keinen Anhaltspunkt über das Vorhandensein und die eventuelle Wirkung solcher schnellen neutralen H-Atome. Wir glaubten deshalb die obige Frage, ob es sich bei der positiven Aufladung der Meßzone um ankommende positive Teilchen oder um weggehende negative Teilchen handelt, direkt experimentell klären zu sollen.

Als Versuchsgas wurde Methan gewählt, weil Methan zu denjenigen Gasen gehört, welche überhaupt keine elastische Reflexion zeigen [1]), so daß die Verhältnisse für den hier zu untersuchenden Vorgang besonders einfach liegen, andererseits ist Methan dem Xenon, das Gegenspannungskurven von gleicher Form besitzt, aus äußeren experimentellen Gründen vorzuziehen. In Fig. 8 ist zum besseren Verständnis des folgenden der für diese Messungen wichtige Teil der Streuapparatur herausgezeichnet; der Protonenstrahl (— —) durchläuft nach Passieren der „Druckblende“ B zwischen den beiden Konussen K den

1) Vgl. die Gegenspannungskurven in Fig. 7 der „Streuarbeit“ auf S. 581.

Streuraum S von oben nach unten. Wir erteilten zunächst der Meßzone ($Z\,8$) eine negative Gegenspannung von 20 Volt gegenüber dem Null-Potential von Konus und Netz N, so daß wir entsprechend den Gegenspannungskurven eine starke positive Aufladung der Meßzone erhielten und variierten dann das Potential des Netzes zwischen 0 und + 3 Volt, während der Konus K dauernd auf dem Potential 0 blieb. Die dabei erhaltenen Aufladungen der Meßzone $Z\,8$ sind in der folgenden Tab. 1 zusammengestellt:



Fig. 8. Schnitt durch den Streuraum (nur zur Hälfte gezeichnet!)

Tabelle 1

Potentiale in Volt an			Aufladung der Meßzone
K	N	$Z\,8$	$Z\,8$
0	0	− 20	100
0	+ 0,5	− 20	100
0	+ 1	− 20	70
0	+ 2	− 20	8
0	+ 3	− 20	0

Im Falle von weggehenden langsamen *negativen* Teilchen, d. h. Sekundärelektronen, die durch schnelle neutrale Teilchen an $Z\,8$ ausgelöst sein könnten, ist für die Größe der Aufladung die Potentialdifferenz zwischen N und $Z\,8$ maßgebend, die Steigerung dieser Potentialdifferenz könnte daher keine Verringerung der Aufladung von $Z\,8$ hervorrufen.

Im Falle von ankommenden langsamen *positiven* Teilchen ist die Potentialdifferenz zwischen K und N maßgebend. Die Steigerung dieser Potentialdifferenz in positivem Sinne für N muß eine schnelle Verringerung der positiven Aufladung hervorrufen, derart, daß diese Aufladung gleich Null wird, wenn die Potentialdifferenz gleich der Voltgeschwindigkeit der positiven Teilchen wird. Der letztere Fall liegt nach Tab. 1 offensichtlich vor. Die Aufladung der Meßzone wird also durch langsame positive Teilchen von einer Geschwindigkeit hervorgerufen, die unter allen Umständen unterhalb 3 Volt, wahrscheinlich aber merklich tiefer, vielleicht sogar in der Nähe von 0 Volt liegt.[1])

1) Bei der Auswertung von Tab. 1 ist nämlich zu berücksichtigen, daß das verhältnismäßig weitmaschige Netz N einen merklichen Durchgriff der Potentialdifferenz zwischen K und $Z\,8$ gestattet und dadurch eine Erhöhung der Geschwindigkeit vortäuscht.

In Anbetracht der einheitlichen, sehr kleinen Geschwindigkeit der positiven Teilchen ist es unwahrscheinlich, daß es sich bei diesen um Protonen handelt, da letztere sämtlich genau den gleichen Geschwindigkeitsverlust bei der Wechselwirkung mit den Gasmolekülen erlitten haben müßten, was kaum anzunehmen ist.[1]) *Diese langsamen positiven Ionen sind vielmehr höchstwahrscheinlich Gasteilchen, die bei Umladungsvorgängen positive Ladung erhalten haben*, d. h. denen das Proton ein Elektron weggenommen hat. Entsprechend diesem Gedankengang wollen wir im folgenden uns diese Ionen als durch Umladungsvorgänge entstanden denken und ihre auf allen Zonen aufgefangene Gesamtzahl der Zahl der Umladungsprozesse im Streuraum gleichsetzen, wenn wir uns auch darüber klar sind, daß eine endgültige Entscheidung nur durch massenspektrographische Untersuchungen möglich ist.

4. Das Verhältnis der Zahl der elastisch gestreuten Protonen zur Zahl der umgeladenen Teilchen für verschiedene Gase und Protonengeschwindigkeiten

Die Form der Gegenspannungskurven, die in dieser Arbeit sowohl wie in der „Streuarbeit" gefunden wurde, ermöglicht zunächst für eine bestimmte Zone, d. h. für eine bestimmte Untersuchungsrichtung, die Feststellung der Zahl derjenigen Zusammenstöße, bei denen die Protonen elastisch gestreut werden (Stufenhöhe bei 60—65 Volt in Fig. 6a) relativ zur Zahl derjenigen Zusammenstöße, bei denen die Protonen umladen (Stufenhöhe 0 Volt in Fig. 6a). Will man dieses Verhältnis ohne Rücksicht auf die Untersuchungsrichtung für *alle* im Streuraum vorkommenden Zusammenstöße zwischen Protonen und Gasmolekülen erhalten, so muß man alle 11 Zonen gleichzeitig mit dem Elektrometer verbinden. Hierbei läßt sich die Meßmethodik dadurch vereinfachen, daß nicht die Gegenspannungskurve in ihrem Gesamtverlauf aufgenommen, sondern nur die Höhe der beiden Stufen durch Messung der Zonenaufladungen vor und hinter der Stufe festgestellt wird. Im Anschluß an die „Streuarbeit"[2]) wollen wir im folgenden der kürzeren Darstellung wegen die Höhe derjenigen Stufe, die der Zahl

1) Die Annahme, daß es sich um Ionisationsvorgänge handelt, scheidet deswegen aus, weil bei den Versuchen die Elektronen und die positiven Ionen nicht in entsprechender Anzahl gefunden worden sind.

2) Die genauere Definition dieser beiden Stufen wird in der „Streuarbeit" auf S. 573 in Fig. 2a gegeben. Die untere Grenze für „Stufe *A*" ist deswegen so niedrig gewählt, weil der gesamte Geschwindigkeitsbereich der unter verschiedenen Winkeln gestreuten Protonen erfaßt werden muß.

der elastisch gestreuten Protonen entspricht, als „Stufe *A*“, die Höhe derjenigen Stufe, die der Zahl der umgeladenen Protonen entspricht, als „Stufe *B*“ bezeichnen. „Stufe *A*“ bzw. „Stufe *B*“ lassen sich dann in ihrer relativen Größe gegeneinander durch Messung der Aufladungsdifferenz des Elektrometers bei Gegenspannungen von + 10 und + 70 Volt bzw. von − 10 und + 10 Volt festlegen, wenn die Protonenprimärgeschwindigkeit 60 Volt beträgt; bei größeren Protonenprimärgeschwindigkeiten ist die obere Grenze (+ 70 Volt) entsprechend zu erhöhen. Die so gefundenen Verhältniszahlen sind in Kolonne 3 von Tab. 2 in Prozenten der Gesamtzahl der Zusammenstöße eingetragen, die zugehörigen Gase und Protonengeschwindigkeiten sind in Kolonne 1 und 2 angegeben.

Tabelle 2

1	2	3		4	
Gase	Protonengeschwindigkeit in Volt	Relative Stufenhöhe in %		Korrigierte Werte in %	
		„Stufe *A*“	„Stufe *B*“	Elast. Streuung / Gesamtwirkung	Umladung / Gesamtwirkung
He	60	80	20	83	17
Ar		74,5	25,5	78,5	21,5
Kr		8	92	10,5	89,5
Xe		1,5	98,5	1,7	98,3
H_2	60	28	72	32,5	67,5
CH_4		1,5	98,5	1,7	98,3
Ar	40	80,5	19,5	83,5	16,5
	60	74,5	25,5	78,5	21,5
	100	65	35	69,5	30,5
	150	47,5	52,5	52	48
H_2	40	41	59	46	54
	60	28	77	32,5	67,5
	100	23	72	27	73
He	60	80	20	83	17
	150	67	33	71	29

An den Meßwerten der Kolonne 3 sind noch Korrekturen anzubringen mit Rücksicht darauf, daß bei der Messung aus rein äußerlichen Gründen die auf Zone 6 und auf dem Netz ankommenden Teilchen nicht mitgemessen werden, und daß ferner diese Verhältniszahlen zunächst nur für denjenigen Streuwinkelbereich gelten, der von der Zonenapparatur erfaßt wird. — *Netz.* Der Ionenstrom auf das Netz war, wie einige Kontrollversuche zeigten unter den Verhältnissen, für welche die obigen Messungen durchgeführt sind, vernachlässigbar klein; eine Korrektion für diese Fehlerquelle ist daher nur für die elastisch gestreuten Protonen entsprechend dem Verfahren in der „Streu-

arbeit" notwendig. — *Zone 6.* Um diese Korrektion anbringen zu können, wurde die Verteilung der Umladungsionen und der elastisch gestreuten Protonen auf die verschiedenen Zonen festgestellt. Die Aufladungen für Zone 6 wurden dann zwischen den Aufladungen der Zone 5 und 7 interpoliert und sowohl für die elastisch gestreuten als auch für die umgeladenen Teilchen eingerechnet. — *Kleinste und größte Streuwinkel.* Die Verteilungen der elastisch gestreuten Protonen und der Umladungsionen auf die verschiedenen Zonen zeigten ferner, daß die experimentell gefundenen Verhältniszahlen bei Berücksichtigung der kleinsten und größten Streuwinkel für die Umladungsionen und bei Berücksichtigung der größten Streuwinkel für die elastisch gestreuten Protonen sich kaum ändern, da nur verschwindend wenige umgeladene Ionen unter Winkeln nahe 0^0 und 180^0 und verschwindend wenige elastisch gestreute Protonen unter Winkeln nahe 180^0 aufgefangen werden. Dagegen steigt die Zahl der elastisch gestreuten Protonen mit abnehmendem Streuwinkel in der Nähe von 0^0 so stark an, daß hier eine sichere Extrapolation bis 0^0 hin nicht möglich ist. Mit einiger Sicherheit durchführbar ist jedoch eine Korrektion bis zu demjenigen Streuwinkel herab, der in der „WQ-Arbeit" von der Messung noch gerade erfaßt wurde. Auf diesen durch die geometrischen Verhältnisse der Versuchsanordnung in der „WQ-Arbeit" definierten Grenzwinkel haben wir korrigiert, weil dies gleichzeitig die Möglichkeit eines unmittelbaren Vergleichs der korrigierten Verhältniszahlen mit den früheren WQ-Messungen bietet.

An Hand der so korrigierten Verhältniswerte in Kolonne 4 von Tab. 2 kennen wir also jetzt den relativen Anteil von elastischer Streuung und Umladung an der Gesamtwirkung der Gasmoleküle gegenüber Protonen, wobei „Gesamtwirkung" dasselbe bedeutet, was schon früher die Wirkungsquerschnittapparatur in der „WQ-Arbeit" als Summe aller Beeinflussungsmöglichkeiten definierte.

Diskussion des Versuchsmaterials (einschließlich der zwei früheren Arbeiten der Verff. „WQ-Arbeit" und „Streuarbeit") über die Wechselwirkung zwischen langsamen Protonen und neutralen Gasmolekülen

1. Die Beeinflussung der Protonen durch Edelgasatome

Fig. 9 zeigt die WQ-Kurven der Edelgase gegenüber langsamen Protonen. Der WQ ist sowohl in seiner Abhängigkeit von der Protonengeschwindigkeit als auch besonders in seiner

absoluten Größe für die verschiedenen Edelgase außerordentlich verschieden. So verhalten sich z. B. bei der kleinsten hier untersuchten Protonengeschwindigkeit von 30 Volt die Querschnitte des He-, Ne-, Ar-, Kr-, Xe-Atoms gegenüber Protonen wie 1 : 2 : 7 : 13 : 34, während die entsprechenden Verhältnisse für die gaskinetischen Querschnitte der Edelgase $1 : 1{,}_5 : 2{,}_2 : 2{,}_8 : 3{,}_4$ lauten. Andererseits ordnen sich aber die WQ-Kurven in ihrem Gesamtverlauf deutlich in einer Reihenfolge, die der Reihenfolge im periodischen System entspricht. Man erkennt außerdem die Andeutung einer gewissen Entwicklung der Kurvenform vom He zum Xe.

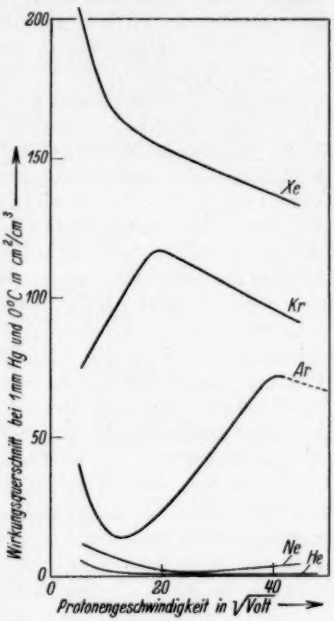


Fig. 9. Wirkungsquerschnitt der Edelgase gegenüber langsamen Protonen als Funktion der Protonengeschwindigkeit

Einen tieferen Sinn gewinnt der Vergleich der verschiedenen Gase aber erst dann, wenn man nicht die Gesamtwirkung, sondern gleichartige Teilwirkungen, d. h. die Streuung oder die Umladung untereinander vergleicht. Zu diesem Zwecke müßte man den Wirkungsquerschnitt in seine beiden Summanden, den Streuungsquerschnitt und den Umladungsquerschnitt, zerlegen. Das dafür notwendige Beobachtungsmaterial ist für alle hier in Frage stehenden Gase und Protonengeschwindigkeiten nicht bekannt, jedenfalls aber ist es möglich, die Lage des Maximums für den Umladungsquerschnitt unter Hinzuziehung der Versuche anderer Autoren einigermaßen festzulegen. Nach Döpel[1]) zeigt *Helium* ein Umladungsmaximum bei 75 $\sqrt{\text{Volt}}$. Die Höhe dieses Umladungsmaximums wird von Döpel nur relativ gemessen, ihr Absolutwert läßt sich aber aus dem in seiner Absoluthöhe bekannten Wirkungsquerschnitt

1) R. Döpel, Naturwiss. **19**. S. 179. 1931.

(„WQ-Arbeit“) angenähert angeben, da beide Kurvenzüge einen größeren Bereich der Protonengeschwindigkeit gemeinsam haben. — *Neon.* Über ein Umladungsmaximum in Ne liegen bisher keine experimentellen Daten vor, es liegt nach den Ergebnissen unserer „WQ-Arbeit“ wahrscheinlich noch oberhalb 50 $\sqrt{\text{Volt}}$. — *Argon.* Nach unseren eigenen Überlegungen in der „WQ-Arbeit“, sowie besonders nach direkten Umladungsmessungen von Goldmann[1]) beruht die Gesamtwirkung bei den Protonengeschwindigkeiten in der Nähe des WQ-Maximums in Ar im wesentlichen auf Umladungserscheinungen. Damit im Einklang steht der Befund von Tab. 2, wonach der Anteil der Umladung an der Gesamtwirkung bei kleinen Protonengeschwindigkeiten mit wachsender Protonengeschwindigkeit stark ansteigt, wenn man sich allerdings auch vor allzu weitgehenden Extrapolationen hüten muß. Das Umladungsmaximum in Ar ist also nach Lage und Höhe identisch mit dem WQ-Maximum. — *Krypton.* Für Kr gilt das gleiche wie für Ar, da nach Tab. 2 schon bei 8 $\sqrt{\text{Volt}}$ die Umladungswirkung 92% der Gesamtwirkung ausmacht und da man wie in Argon einen Anstieg des Umladungsanteils an der Gesamtwirkung mit steigender Protonengeschwindigkeiten vermuten wird. Auch das Umladungsmaximum in Kr ist also nach Lage und Höhe identisch mit dem WQ-Maximum. — *Xenon.* Das unterhalb 5 $\sqrt{\text{Volt}}$ vielleicht zu vermutende WQ-Maximum in Xe würde wahrscheinlich auch ein Umladungsmaximum sein, da in diesem Edelgas, jedenfalls noch bei 8 $\sqrt{\text{Volt}}$ nach Tab. 2, die Einwirkung in ihrer Gesamtheit aus Umladung besteht.

Tabelle 3

	Helium	Neon	Argon	Krypton	Xenon
Abszisse des Umladungsmaximums in $\sqrt{\text{Volt}}$ . .	75	>50	42	18	<5
Höhe des Umladungsmaximums in cm^2/cm^3 bei 1 mm Hg und 0°C . . .	$1_{,5}$	>6	62	117	>204

1) F. Goldmann, Ann. d. Phys. [5] **10**. S. 460. 1931. G. gibt nicht nur einen Umladungsquerschnitt an, der innerhalb der Versuchsfehler von gleicher Größe ist wie der Wirkungsquerschnitt aus der „WQ-Arbeit“, sondern er zeigt auch in direkten Versuchen, daß Streuung von Protonen und Ionisierung der Argonatome durch Protonen in dem von ihm untersuchten Geschwindigkeitsbereich nicht nachweisbar ist.

In vorstehender Tab. 3 sind die Protonengeschwindigkeiten, bei denen das Umladungsmaximum in den verschiedenen Edelgasen auftritt, sowie die absoluten Höhen dieser Umladungsmaxima zusammengestellt.

2. Vergleich der schweren Edelgase mit Methan in ihrem Verhalten gegenüber Protonen

Dieser Vergleich hat insofern ein Interesse, als das Methan infolge seines Aufbaues, der durch eine abgeschlossene Elektronenaußenschale gekennzeichnet ist, Edelgascharakter besitzt

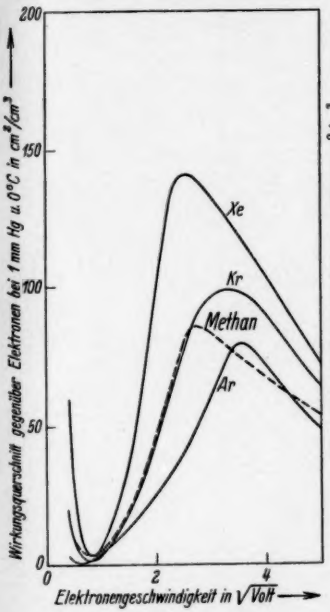


Fig. 10.

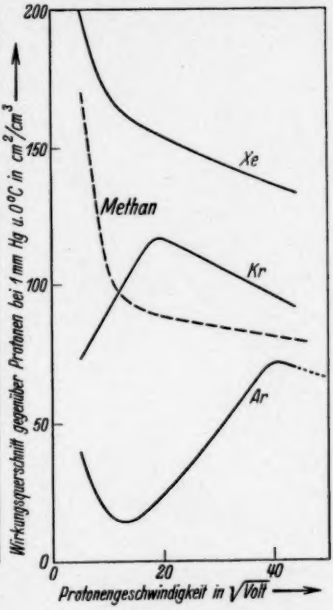


Fig. 11.

Vergleich des Methan mit den schweren Edelgasen im Verhalten gegenüber Elektronen und gegenüber Protonen

und mit vielen chemischen und physikalisch-chemischen Eigenschaften zwischen den Edelgasen Ar und Kr steht.[1]) Dieses „edelgasähnliche" Verhalten des Methan kommt auch in der

1) Vgl. E. Brüche, Ergebn. d. exakt. Naturwiss. 8. S. 223. 1929.

WQ-Kurve des Methanmoleküls gegenüber langsamen Elektronen zum Ausdruck, die weitgehend den WQ-Kurven von Ar und Kr entspricht, wobei die Annäherung an Kr die größere ist. Dies sei zunächst in Fig. 10 dem Leser ins Gedächtnis zurückgerufen, wo die WQ-Kurven gegenüber Elektronen für die schweren Edelgase (———), und für Methan (— — —) zusammen aufgetragen sind. Mit diesen WQ-Kurven gegenüber *Elektronen* vergleichen wir die WQ-Kurven der schweren Edelgase und des Methan gegenüber *Protonen* (Fig. 11). Der Vergleich zeigt zunächst, daß das Methan jedenfalls seine Stellung zwischen Ar und Kr nicht mehr beibehalten hat, da seine WQ-Kurve weder in der Absoluthöhe noch in der äußeren Form mit der WQ-Kurve des Ar oder Kr sich in Beziehung bringen läßt. Eine gewisse Analogie im WQ-Verlauf läßt sich dagegen zwischen Methan und Xenon erkennen, denn beide WQ-Kurven zeigen den gleichen Charakter. Die Analogie zwischen Methan und Xe geht aber noch tiefer. Das Methanmolekül verhält sich nämlich nach Tab. 2 (S. 765) bei 64 Volt Protonengeschwindigkeit in der Art seiner Einwirkung auf das Proton genau wie das Xenonatom und unterscheidet sich hierbei merklich von Ar und Kr. Dies mag noch besonders in einer Zusammenstellung von Gegenspannungskurven veranschaulicht werden (Fig. 12), die an Zone 2 bei 64 Volt Protonengeschwindigkeit in den schweren Edelgasen und in Methan gemessen worden sind. Auch hier kommt das unterschiedliche Verhalten zwischen Ar und Kr gegenüber dem Methan und das analoge Verhalten von Xe gegenüber Methan anschaulich zum Ausdruck. Nach dieser Analogie scheint beim Methanmolekül auch in der Wirkung gegenüber dem langsamen Proton in erster Linie nicht der positive Bestandteil in Frage zu kommen, welcher ja von dem positiven

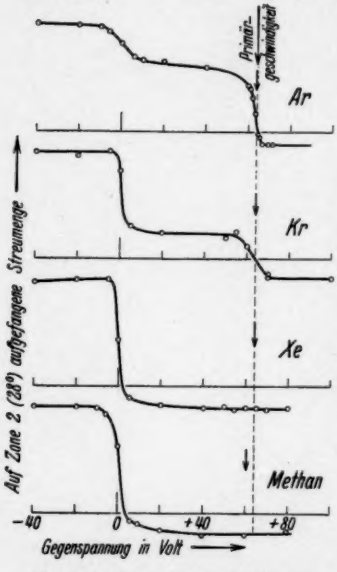


Fig. 12. Gegenspannungskurven an Zone 2 in den schweren Edelgasen und Methan

Bestandteil der schweren Edelgasatome außerordentlich verschieden ist, sondern die äußere Schale. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die WQ-Kurve von Methan nach unseren Versuchen nicht durch Streuung bedingt ist, sondern im wesentlichen den Verlauf eines Umladungsvorganges wiedergibt. Dabei ist dann allerdings vorausgesetzt, daß dieser Umladungsvorgang ohne Beteiligung der vier tiefer eingebauten Protonen des Methans vor sich geht.

Ein Vergleich der WQ-Kurven der schweren Edelgase einschließlich Methan gegenüber Protonen und gegenüber Elektronen ist, auch abgesehen von der verschiedenen Abszissenbedeutung in den Figg. 10 und 11, nicht angängig, weil die Ordinaten der Protonenkurven als wesentlichen Summanden die Umladung mitenthalten, d. h. eine Erscheinung, die beim Elektron fortfällt.

3. Umladungsquerschnitt von Argon und Wasserstoff als Funktion der Protonengeschwindigkeit im Anschluß an die Umladungsquerschnitte nach Goldmann

In Tab. 2 auf S. 765 hatten wir den prozentualen Anteil von Streuung und Umladung an der Gesamtwirkung für verschiedene Protonengeschwindigkeiten und Gase zusammengestellt. Aus diesen Prozentzahlen berechnen wir jetzt für Argon und Wasserstoff die zugehörigen Absolutwerte des Umladungsquerschnittes mit Hilfe des bekannten Wirkungsquerschnittes und tragen sie neben den WQ-Werten in Tab. 4 ein. Die so gefundenen Werte für den Umladungsquerschnitt bieten ein spezielles Interesse: Es läßt sich nämlich mit ihrer Hilfe die Frage entscheiden, ob die starke Abnahme des Umladungsquerschnittes mit abnehmender Protonengeschwindigkeit

Tabelle 4

1	2	3	4
Gase	Protonengeschwindigkeit in Volt	Wirkungsquerschnitt bei 1 mm Hg u. 0°C (nach „WQ-Arbeit") in cm^2/cm^3	Umladungsquerschnitt bei 1 mm Hg u. 0°C in cm^2/cm^3
Argon	40	31	$5_{,1}$
	60	24	$4_{,8}$
	100	17	$5_{,2}$
	150	14	$6_{,7}$
Wasserstoff	40	27	$14_{,5}$
	60	23	$15_{,5}$
	100	20	$14_{,8}$

zwischen 4000 und 500 Volt, die von Goldmann in direkten Umladungsuntersuchungen gefunden wurde, sich bei kleinsten Protonengeschwindigkeiten immer weiter bis zum Wert Null hinab fortsetzt oder nicht.

Der zu diesem Zweck durchzuführende Vergleich unserer Werte für den Umladungsquerschnitt mit der Kurve von Goldmann ist quantitativ nicht unmittelbar möglich. Nach den Untersuchungen von Goldmann besteht in Ar sowohl wie auch in H_2 oberhalb etwa 500 Volt die Gesamtwirkung der Moleküle auf Protonen nur aus Umladung, d. h. Wirkungsquerschnitt- und Umladungsquerschnittmessungen müßten hier zu der gleichen Querschnittkurve führen. Tatsächlich liegt aber die WQ-Kurve, aus der unsere Umladungsquerschnittwerte in Tab. 4 berechnet wurden, um etwa 30% höher als die Umladungsquerschnittkurve von Goldmann. Ohne auf die Gründe dieser wahrscheinlich methodisch bedingten Abweichungen eingehen zu wollen, haben wir daher hier unsere WQ- und damit auch unsere Umladungsquerschnittwerte (Tab. 4) um 15% herabgesetzt und die Kurve von Goldmann um 15% erhöht. Die jetzt unmittelbar vergleichbaren Werte für den Umladungsquerschnitt aus dieser (● ●) und aus der Goldmann schen Arbeit (○ ○) sind in den Figg. 13 und 14 zusammen

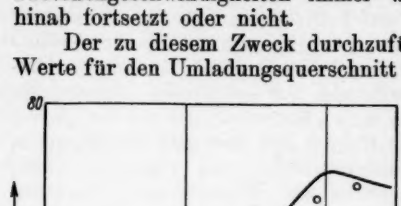


Fig. 13. Argon

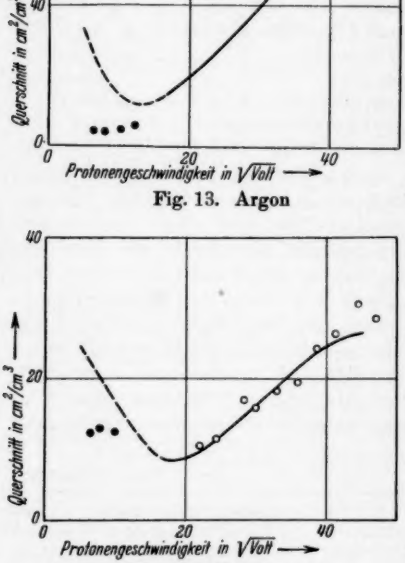


Fig. 14. Wasserstoff

Wirkungsquerschnitt (nach „WQ-Arbeit"): – – —
Umladungsquerschnitt (nach Goldmann): ○ ○ ○
Umladungsquerschnitt (diese Arbeit): ● ● ●

mit der WQ-Kurve aus der „WQ-Arbeit“ eingetragen, wobei die WQ-Kurve in dem Bereich, in welchem sie im wesentlichen auf Umladung beruht, ausgezogen und in dem Bereich, in welchem als merklicher Anteil die Streuung hinzutritt, gestrichelt ist.

In *Argon* (Fig. 13) fällt der Umladungsquerschnitt mit abnehmender Protonengeschwindigkeit stark ab, scheint aber nach unseren Werten dem Koordinatenanfang nicht unmittelbar zuzustreben, sondern zunächst bei einem Wert von 4 cm^2/cm^3 konstant zu bleiben. Der Wiederanstieg der WQ-Kurve bei kleinsten Geschwindigkeiten ist allein auf immer stärkere elastische Streuung der Protonen an den Argonatomen zurückzuführen,

In *Wasserstoff* (Fig. 14) tritt diese Erscheinung noch deutlicher hervor. Der Umladungsquerschnitt, der nach den Werten von Goldmann bis zu 450 Volt herab immer noch eine absteigende Tendenz zeigt, mündet nach den Ergebnissen unserer Arbeit nicht nach Null, sondern in einen verhältnismäßig hohen, zunächst konstanten Wert. Der starke Anstieg des WQ nach kleinsten Geschwindigkeiten hin beruht auch hier, wie in Argon, auf elastischer Streuung der Protonen am H_2-Molekül.

Schließlich müssen natürlich beide Umladungskurven bei kleinsten Protonengeschwindigkeiten dem Wert Null zustreben, da für die Umladung in diesen beiden Gasen ein gewisser Energiebetrag notwendig ist.

4. Umladung und Ionisierungsspannung

Bei der nun folgenden Diskussion der Zusammenhänge zwischen Umladung und Ionisierungsspannung wollen wir zwei naheliegende Möglichkeiten besprechen:

a) Umladung könnte um so leichter auftreten, je kleiner die Ionisierungsspannung des betreffenden Gases ist.

b) Umladung könnte um so leichter auftreten, je weniger sich die Ionisierungsspannung des untersuchten Gases von der Neutralisationsenergie des Protons (13,5 Volt) unterscheidet, d. h. je kleiner die „Resonanzverstimmung“ der Ionisierungsspannungen beider Stoßpartner ist.

In Tab. 5 haben wir für die untersuchten Gase (Kolonne 1) die zugehörigen Ionisierungsspannungen in Volt aufgetragen (Kolonne 2) und ferner in Kolonne 4 bis 6 verschiedene Daten, die Anhaltspunkte über die Rolle der Umladungswirkung geben. In Kolonne 4 ist der prozentuale Anteil der Umladung an der Gesamtwirkung bei fester Protonengeschwindigkeit (64 Volt) eingetragen, in Kolonne 5 und 6 die Daten über Abszissen und Ordinaten der Umladungsmaxima in den verschiedenen Gasen.

Tabelle 5

Vergleich der Ionisierungsspannung, sowie der „Resonanzverstimmung" mit den Daten über die Umladung in den Edelgasen, Methan und Wasserstoff

1	2	3	4	5	6
Gase	Ionisierungsspannung in Volt	Resonanzverstimmung in Volt	Umladung / Gesamtwirkg. bei 64 Volt in %	Abszisse des Umladungsmaximums in $\sqrt{\text{Volt}}$	Ordinate des Umladungsmaximums bei 1 mm Hg, 0°C in cm^2/cm^3
Helium	25	$11_{,5}$	17	75	$1_{,5}$
Neon	20	$6_{,5}$	—	>50	> 5
Argon	$16_{,5}$	$3_{,0}$	$21_{,5}$	42	62
Krypton ...	$13_{,9}$	$0_{,4}$	$89_{,5}$	20	117
Xenon	$10_{,4}$	$-3_{,1}$	$98_{,2}$	< 5	>204
Methan	$14_{,2}$	$0_{,7}$	$98_{,3}$	<5	>170
Wasserstoff	$16_{,2}$	$2_{,8}$	$67_{,5}$	80[1])	50[1])

Was die Edelgase allein betrifft, so scheint nach einem Vergleich von Kolonne 2 mit den Kolonnen 4, 5, 6 ein einfacher Zusammenhang zwischen der Ionisierungsspannung und den Umladungserscheinungen zu bestehen. Einer Verallgemeinerung dieses Schlusses widersprechen die Resultate an Methan und Wasserstoff, welche mit ihren Ionisierungsspannungen und den zugehörigen Umladungserscheinungen nicht in den Gang der Edelgaswerte hineinpassen. Es muß hierbei jedoch darauf hingewiesen werden, daß Methan und Wasserstoff in diesem Zusammenhang insofern eine Sonderstellung einnehmen könnten, als sie zum Teil aus Protonen aufgebaut sind und als diese Molekülprotonen möglicherweise bei der Umladung eine besondere Rolle spielen könnten.

Der oben an zweiter Stelle als möglich angeführte Zusammenhang zwischen „Resonanzverstimmung" und Umladung wurde von Kallmann und Rosen[2]) für die verschiedensten Ionenarten bei 400 Volt Ionengeschwindigkeit an einem großen Versuchsmaterial gefunden. Für Protonen von 64 Volt Geschwindigkeit gilt diese Beziehung offenbar nicht (vgl. Tab. 5, Kolonne 2 und 4), da sonst das Krypton den größten Umladungsquerschnitt in der Edelgasreihe besitzen müßte („Resonanzverstimmung" nur 0,4 Volt!). Diese Bedingung ist aber darüber hinaus nach Fig. 9 innerhalb des gesamten, hier

1) H. Bartels, Ann. d. Phys. [5] **13**. S. 373. 1932.
2) H. Kallmann u. B. Rosen, Ztschr. f. Phys. **61**. S. 61. 1930 und **64**. S. 806. 1930.

untersuchten Geschwindigkeitsbereichs zwischen 30—2000 Volt, also auch für die von Kallmann und Rosen hauptsächlich untersuchte Ionengeschwindigkeit von 400 Volt nicht erfüllt, da der Umladungsquerschnitt des Xe stets weit oberhalb der Kr-Kurve verläuft.[1]) Diese experimentelle Tatsache bedeutet, daß sich Protonen in dieser Beziehung anders verhalten wie sonstige Ionen der gleichen Energie.

5. Die Beeinflussung der Gasmoleküle durch die Protonen

a) In einem Gas, wie z. B. Helium, das nur elastische Streuung der Protonen an den Gasatomen zeigt, läßt sich aus der Untersuchung der gestreuten Protonen sofort angeben, was

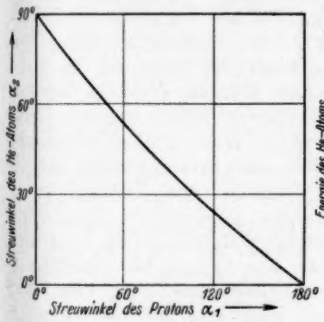


Fig. 15a. Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel des Protons und dem des He-Atoms bei elastischem Stoß

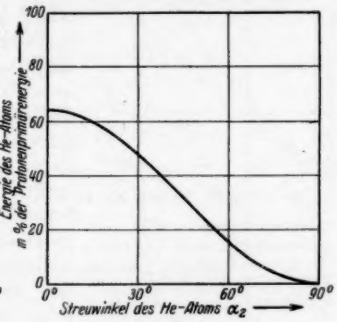


Fig. 15b. Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel und der kinetischen Energie des He-Atoms nach elastischem Stoß

mit den getroffenen He-Atomen geschieht, womit alle hierbei auftretenden Vorgänge geklärt sind. Die Heliumatome übernehmen beim Stoß diejenige Energie, die den Protonen nach dem Impulssatz verloren gegangen ist, als kinetische Energie. Da die Geschwindigkeit der unter verschiedenen Winkeln elastisch gestreuten Protonen vom Streuwinkel stark abhängt[2]), ist dies auch für die getroffenen Heliumatome der Fall: werden sie zentral vom Proton getroffen, so laufen sie unter 0° zur Strahlrichtung mit 64% der Protonenprimärenergie, werden

1) Die Querschnittskurven der Fig. 10 beruhen nach den Ausführungen der vorangegangenen Abschnitte für Krypton und Xenon in ihrer Gesamthöhe auf Umladungen.

2) Vgl. die „Streuarbeit" S. 580.

sie nur streifend getroffen, so fliegen sie fast senkrecht vom Primärstrahl weg, wobei sie einen außerordentlich kleinen Energiebetrag (im Grenzfall des Streuwinkels 90° den Energiebetrag 0!) erhalten; Ablenkungen des gestoßenen Teilchens unter mehr als 90° Streuwinkel sind bekanntlich nicht möglich. Die Zuordnung der zusammengehörigen Streuwinkel beider Teilchen und die Zuordnung der Geschwindigkeiten der Gasteilchen zu ihrem Streuwinkel sind für elastischen Stoß von Teilchen entsprechenden Massenverhältnisses (1 : 4) in Fig. 15a, b dargestellt. Die Zahl der nach den verschiedenen Richtungen zwischen 0 und 90° gestreuten Heliumatome, d. h. ihre Winkelverteilung, wird nun einfach dadurch erhalten, daß die Protonenwinkelverteilung nach der Zuordnung von Fig. 15a als Heliumatomwinkelverteilung neu aufzutragen ist (Fig. 16): Bei überwiegender Streuung der Protonen unter kleinen Winkeln werden die getroffenen Heliumatome entsprechend in ihrer großen Mehrzahl unter 90° zur Strahlrichtung abgelenkt. Die zu den verschiedenen Streuwinkeln gehörenden Geschwindigkeiten der Heliumatome sind unmittelbar aus Fig. 15b abzulesen. Bei rein elastischer Streuung der Protonen sind also mit der Kenntnis der Winkelverteilung der gestreuten Protonen gleichzeitig auch die Stoßvorgänge für die getroffenen Atome in bezug auf Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung völlig geklärt.

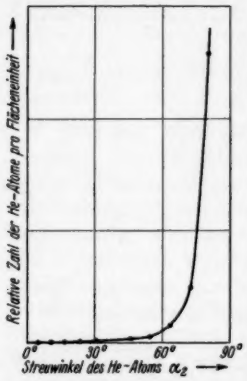


Fig. 16. Richtungsverteilung der mit Protonen elastisch zusammengestoßenen Heliumatome

b) Wesentlich anders liegen die Verhältnisse beim Auftreten von Umladungsvorgängen, wo vor allem die Frage beantwortet werden muß, ob und zu welchem Teil die Umladungsstöße mit Richtungsänderung des stoßenden Teilchens verbunden sind oder nicht. (Von dem für den Umladungsvorgang notwendigen, meist kleinen Energiebetrag in Höhe der Differenz der Ionisierungsspannungen beider Stoßpartner soll dabei im folgenden ganz abgesehen werden). Wir wollen zunächst bei Umladungsvorgängen gleichzeitig Richtungsänderungen des stoßenden Teilchens entsprechend dem Zusammenstoß elastischer Kugeln annehmen und die sich daraus ergebenden Konsequenzen mit dem vorhandenen experimentellen Material

vergleichen. Wir betrachten nebeneinander die Gase H_2 und CH_4, von denen nach Tab. 2 dieser Arbeit das erste bei 64 Volt Protonengeschwindigkeit reichlich Umladung, das zweite ausschließlich Umladung zeigt. Fig. 17a, b gibt die Ausdehnung der Rechnungen, die zur Fig. 15a, b führten, auf die Gase H_2 und CH_4 wieder. Das Wasserstoffmolekül würde im Extremfall ($\alpha_2 = 0^0$) 89% der Protonenenergie übernehmen, das CH_4-Molekül 22%; die Zuordnung der Protonenstreuwinkel zu den

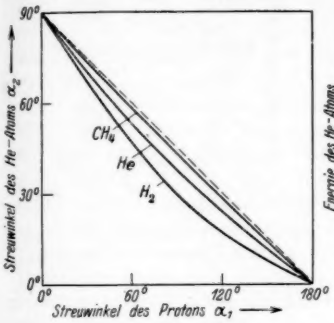


Fig. 17a. Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel des Protons und dem des getroffenen Moleküls bei elastischem Stoß

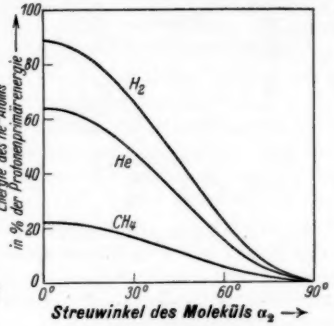


Fig. 17b. Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel und der kinetischen Energie des getroffenen Moleküls bei elastischem Stoß

Streuwinkeln der H_2- bzw. CH_4-Teilchen weicht von der Zuordnung für He-Teilchen nur unwesentlich ab.

In *Wasserstoff* wären bei 64 Volt Protonenprimärenergie nach Fig. 17b auf Zone 2 (28°) und Zone 4 (59°) Umladungsionen von 44 bzw. 15 Volt Energie zu erwarten. Nach den Gegenspannungskurven in Fig. 18 könnten auf Zone 2 solche Umladungsionen vorhanden sein, da der Abfall der elastisch gestreuten Protonen, der bei 56,5 Volt zu erwarten ist, vielleicht gerade durch solche Umladungsionen so verwaschen erscheint. Die Zahl dieser schnellen Umladungsionen tritt aber jedenfalls stark zurück gegenüber der großen Zahl ganz langsamer Umladungsionen (Kurvenabfall bei 0 Volt). Auf Zone 4 sind schnelle Umladungsionen von 15 Volt, wenn überhaupt, nur in einer kleinen Anzahl vorhanden, da der Kurvenabfall bei 6 Volt im wesentlichen beendet ist. Bemerkenswert ist hierbei besonders, daß abgesehen von den bei Umladung mit Richtungsänderung zu erwartenden 15 Volt-Ionen auch solche zwischen

5 und 15 Volt kaum vorhanden sind, sondern nur sehr langsame.

Methan. Ein ähnliches Bild zeigen die Gegenspannungskurven an Zone 2 und 4 in Methan (Fig. 19), wo unter der obigen Annahme Ionen von 11 bzw. 3,5 Volt Geschwindigkeit



Fig. 18. Gegenspannungskurven an Zone *2* und *4* in **Wasserstoff**



Fig. 19. Gegenspannungskurven an Zone *2* und *4* in **Methan**

zu erwarten wären, der Kurvenabfall aber bereits merklich früher zu Ende ist.

Man kann aus dem vorliegenden Material schließen, daß im allgemeinen die Umladung *nicht* mit merklicher Richtungsänderung des Protons verbunden ist, ohne daß sich angeben läßt, ob überhaupt eine Übertragung kinetischer Energie vom Proton auf das Molekül beim Umladungsstoß stattfindet und wie groß diese eventuell übertragene Energie ist. Diese Frage ließe sich vielleicht durch genauere Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilung der langsamen positiven Teilchen entscheiden.

c) Zur vollständigen Aufklärung der bei diesen Umladungsstößen auftretenden Vorgänge wäre auch noch die Untersuchung der Richtungsverteilung der positiven Gasteilchen notwendig, die beim Umladungsstoß ein Elektron an das Proton abgegeben haben. Mit der Zonenapparatur in der vorliegenden Form sind einwandfreie Messungen dieser Art kaum möglich. Das radiale Feld zwischen der Streustrecke in der Mitte der Zonenkugel (vgl. Fig. 8) und den Zonen selbst, das von dem Durchgriff des an den Zonen liegenden Potentials durch das Netz N herrührt, ist nämlich für die Messung der Winkelverteilung so langsamer Teilchen nicht homogen genug: einerseits drängen die auf dem Potential 0 liegenden Konusse K die Kraftlinien mehr nach mittleren Streuwinkeln zusammen, andererseits liegt aber auch die 90°-Zone, die das Netz N trägt,

auf dem Potential 0 und spaltet damit einen unter 90° von der Streustrecke weggehenden Ionenstrom in zwei Teile. Abgesehen von diesen rein apparativen Schwierigkeiten besteht aber auch noch eine von mehr prinzipieller Natur: zur exakten Messung der Richtungsverteilung der langsamen geladenen Gasteilchen ist die Kenntnis ihrer freien Weglänge in den verschiedenen Gasen notwendig. Bei starker Abweichung der freien Weglänge der positiven Gasteilchen von derjenigen der Primärprotonen, z. B. bei erheblich stärkerer Streuwirkung, werden die Gasionen erst nach mehrfachen Stößen auf einer Zone aufgefangen, weil die Gasdrucke in der Zonenapparatur so gewählt sind, daß die freie Weglänge der *Protonen* etwa von der Größenordnung der Apparaturdimensionen ist. Trotz aller dieser Bedenken haben wir solche Winkelverteilungskurven mit der vorliegenden Zonenapparatur gemessen, um uns wenigstens im groben über die auftretenden Erscheinungen zu orientieren. Bemerkenswert war an dem Ergebnis dieser Winkelverteilungsmessungen, daß noch unter etwa 100—130° zur Strahlrichtung Ionen aufgefangen wurden und daß die in dieser Richtung pro Flächeneinheit aufgefangene Ionenmenge sogar um ein Vielfaches größer war als die unter kleineren Streuwinkeln (10—30°) aufgefangene. Dieses Resultat weist in die gleiche Richtung wie das Ergebnis der Winkel- und Geschwindigkeitsbetrachtungen unter b): Die Gasionen übernehmen beim Umladungsvorgang in ihrer großen Mehrzahl keinen wesentlichen Energiebetrag vom stoßenden Proton, da sonst keine Gasionen bei Streuwinkeln größer als 90° aufgefangen werden könnten.

Zur schärferen Entscheidung der im letzten Abschnitt besprochenen Fragen würde eine neue Spezialarbeit notwendig sein, da das Ziel der vorliegenden Arbeit in der Hauptsache nach anderer Richtung hin liegt.

Zusammenfassung

Experimentelle Erweiterung des aus zwei Arbeiten der Verff. („WQ-Arbeit“ und „Streuarbeit“) bekannten Materials über die Beeinflussung langsamer Protonen durch neutrale Gasmoleküle.

1. Die Wirkungsquerschnittmessungen gegenüber Protonen werden auf die Gase Krypton, Xenon und Methan ausgedehnt.

2. Die Streumessungen an langsamen Protonen werden auf die Gase Krypton und Xenon ausgedehnt.

3. Es wird durch die Untersuchung der Ladung und Geschwindigkeit der bei den Streumessungen auftretenden langsamen Teilchen wahrscheinlich gemacht, daß es sich weder um

Sekundärelektronen noch um verlangsamte Protonen, sondern um positiv geladene Gasmoleküle handelt, die bei Umladungsprozessen entstanden sind.

4. Die Zahl dieser Umladungsprozesse wird im Verhältnis zur Zahl derjenigen Zusammenstöße, die zu elastischer Streuung der Protonen führen, für verschiedene Gase und Protonengeschwindigkeiten festgestellt.

Diskussion des Versuchsmaterials einschließlich der früheren Arbeiten der Verff. („WQ-Arbeit“ und „Streuarbeit“) über die Wechselwirkung zwischen langsamen Protonen und neutralen Gasmolekülen.

1. Reduziert man die WQ-Kurven auf ihren Umladungsanteil, so zeigen die Edelgase eine Reihenfolge vom Helium zum Xenon, die ihrer Stellung im periodischen System entspricht.

2. Ebenso wie in der Wirkung gegenüber Elektronen läßt sich das Methan auch in seiner Wirkung gegenüber Protonen in die Reihe der schweren Edelgase einpassen. Doch steht es hier nicht mehr dem Krypton, sondern dem Xenon am nächsten.

3. Die Fortsetzung der Goldmannschen Umladungsquerschnitte durch unsere Werte zeigt, daß die Umladungsquerschnittkurve nach kleinen Geschwindigkeiten hin nicht direkt auf den Wert Null hinzielt, sondern zunächst einen konstanten Verlauf nimmt.

4. Ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Umladung und Ionisierungsspannung läßt sich nur innerhalb der Edelgasreihe feststellen. Dagegen wird der Zusammenhang zwischen Umladungsquerschnitt und Resonanzverstimmung, der nach den Versuchen von Kallmann und Rosen für viele Ionenarten gilt, innerhalb der Edelgasreihe für Protonen nicht bestätigt.

5. Aus dem Verhalten der elastisch gestreuten Protonen wird die Geschwindigkeits- und die Richtungsverteilung der getroffenen Gasmoleküle berechnet. — Soweit sich aus dem vorliegenden Versuchsmaterial schließen läßt, ist beim Umladungsvorgang die Geschwindigkeit der getroffenen Gasmoleküle geringer, als sie sein müßte, wenn das Proton beim Umladungsstoß eine merkliche Richtungsänderung erlitten hätte.

Berlin-Reinickendorf.

(Eingegangen 11. Mai 1933)

Intensitätsmessungen an Hauptseriengliedern von Rubidium und Cäsium

Hans-Joachim Hübner

(Gekürzte Breslauer Dissertation)

(Mit 10 Figuren)

Übersicht: § 1. Einleitung. — I. Versuchsanordnung und Meßmethode; § 2. Lichtquellen; § 3. Bestimmung der Umkehrtemperatur bei den verwendeten Flammen; § 4. Anordnung zur gleichzeitigen Bestimmung des Intensitätsverhältnisses und der Linienabsorption; § 5. Die photographisch-photometrische Methode. — II. Direkte Bestimmung des „wahren Intensitätsverhältnisses" der Komponenten am 2. und 3. Rb- sowie am 3. Cs-Hauptserienglied; § 6. Das „wahre Intensitätsverhältnis" der Komponenten des 2. Rb-H.S.-Gliedes; § 7. Das „wahre Intensitätsverhältnis" der Komponenten des 3. Rb- und 3. Cs-H.S.-Gliedes; § 8. Diskussion der Meßergebnisse. — III. Indirekte Bestimmungen des „wahren Intensitätsverhältnisses" der Komponenten des 2. Rb-H.S.-Gliedes durch Messung des Verlaufes der Linienabsorption und der Gesamtemission; § 9. Bestimmung des „wahren Intensitätsverhältnisses" aus dem gemessenen Verlauf der Linienabsorption; § 10. Diskussion der Linienabsorptionsmessung und der hieraus abgeleiteten Gesamtabsorptionskurve auf Grund allgemeiner Gesetzmäßigkeiten; § 11. Bestimmung des „wahren Intensitätsverhältnisses" aus dem Verlauf der Gesamtemission; § 12. Zusammenfassung und Schluß.

---

§ 1. *Einleitung.* Emissions- und Absorptionsmessungen an Spektrallinien können bekanntlich nur dann zu eindeutigen Aussagen herangezogen werden, wenn sie in sogenannter „unendlich dünner Schicht" des emittierenden oder absorbierenden Gases oder Dampfes ausgeführt werden. Die Bedeutung der „unendlich dünnen Schicht" geht aus folgender Betrachtung hervor: Bei geringer Zahl der absorbierenden Zentren $\mathfrak{N}$ (klassischen Dispersionselektronen) und geringer Schichtdicke l ist die Gesamtabsorption (G.A.) — das ist der von einer Absorptionslinie aus einem endlichen Bereich eines kontinuierlichen Spektrums in endlicher Schichtdicke absorbierter Energiebetrag — proportional zu dem Produkt $\mathfrak{N} \cdot l$, unabhängig von der Intensitätsverteilung in der Linie. Das gleiche gilt für die Gesamt-

emission bzw. Intensität der Linie, wenn man voraussetzt, daß sie der G.A. proportional ist.[1]) Sind die Bedingungen so gewählt, daß die Proportionalität mit $\mathfrak{N} \cdot l$ vorliegt, so spricht man von „unendlich dünner Schicht". Bezeichnet man die den Komponenten eines Dubletts zugeordnete Anzahl der Dispersionselektronen mit $\mathfrak{N}_1$ bzw. $\mathfrak{N}_2$, die entsprechenden Intensitäten mit J_1 und J_2, so erhält man im Falle der „unendlich dünnen Schicht" bei eng benachbarten Komponenten

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_1}, \tag{1}$$

d. h. das Intensitätsverhältnis (I.V.) ist gleich dem Verhältnis der zugeordneten Dispersionselektronen. Dieses Intensitätsverhältnis sei als „wahres Intensitätsverhältnis" (I.V.$_\infty$) bezeichnet.

Mit wachsender Zentrenzahl $\mathfrak{N}$ bzw. Schichtdicke l besteht aber nicht mehr die genannte lineare Beziehung zwischen dem Produkt $\mathfrak{N} \cdot l$ und der G.A. bzw. der Gesamtemission; vielmehr wird diese durch die dann auftretende *Reabsorption* verkleinert (vgl. Teil III dieser Arbeit). Die Reabsorption hat für die Multiplettkomponenten verschiedene Werte, entsprechend der verschiedenen Anzahl der zugeordneten Dispersionselektronen und bewirkt eine *Herabsetzung* des I.V. der Komponenten gegenüber dem I.V.$_\infty$. Auf das Vorhandensein der „unendlich dünnen Schicht" kann also einmal aus der Konstanz des gemessenen I.V. bei *Verminderung* der Zentrenzahl geschlossen werden. Ferner ist es aus dem Verschwinden der *Linienabsorption* (L.A.) zu folgern, die *gleichzeitig* mit dem I.V. für beide Komponenten zu messen ist. Ladenburg und Reiche (a. a. O. I) definieren die L.A. als diejenige Gesamtabsorption, die das Licht einer Emissionslinie erleidet, das von einer der absorbierenden Schicht völlig gleichen leuchtenden Schicht herrührt. Für eine „unendlich dünne Schicht" nimmt sie definitionsgemäß verschwindende Werte an.

Bei den Untersuchungen von Kohn und Jakob[2]) am 2. H.S.-Glied von Cäsium und Rubidium wurden diese beiden Kriterien zum Nachweis der „unendlich dünnen Schicht" erstmalig herangezogen. Am 2. Cs-H.S.-Glied ergab sich in „unendlich dünner Schicht" der Wert 4:1 für das I.V. der Komponenten, im Gegensatz zu dem von der Burger-Dorgelo-

1) R. Ladenburg u. F. Reiche, Sitzungsber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur 1912; desgl. Ann. d. Phys. **42**. S. 181. 1913; dsgl. Sitzungsber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur 1914 (im folgenden als L.R. I, II oder III zitiert).

2) H. Kohn u. H. Jakob, Phys. Ztschr. **27**. S. 819. 1926; H. Jakob, Ann. d. Phys. **86**. S. 449. 1928.

schen Intensitätsregel geforderten Wert 2 : 1. Die am 2. Rb-H.S.-Glied vorgenommenen Messungen lieferten zwar noch keinen endgültigen Wert, ließen aber eindeutig erkennen, daß auch hier der Wert 2 überschritten wird. Es wurde ferner versucht, aus dem gemessenen Verlauf der Gesamtemission oder der L.A. das I.V.$_w$ zu bestimmen; da die Helligkeit der Linien aber noch nicht in einem einheitlichen Maße gemessen wurde, so kommt auch diesen Versuchen erst eine orientierende Bedeutung zu.

Die genannten Resultate stehen in bester Übereinstimmung mit den Messungen anderer Forscher[1]), die z. T. nach anderen Methoden ausgeführt sind, und finden eine theoretische Begründung durch eine Arbeit von Fermi.[2]) Seine quantenmechanische Rechnung ergibt für die höheren Glieder der Alkali-H.S. ein Anwachsen des I.V. mit Gliednummer und Ordnungszahl des Elements.

In der vorliegenden Arbeit[3]), die auf Veranlassung von Fräulein Dr. H. Kohn ausgeführt wurde, soll zunächst an weiteren Gliedern der Rb- und Cs-H.S. das I.V.$_w$ *direkt*, d. h. in „unendlich dünner Schicht" bestimmt werden, zum Vergleich mit den Messungen anderer Autoren und weiterer Prüfung der Theorie von Fermi; ferner soll aus der gemessenen Abhängigkeit der L.A. bzw. der Gesamtemission von der Zentrenzahl das I.V.$_w$ *indirekt* ermittelt werden.

Dieser indirekte Weg ist methodisch wichtig für den in praxi meist auftretenden Fall, daß sich unter den gegebenen Versuchsbedingungen die „unendlich dünne Schicht" nicht verwirklichen läßt.

I. Versuchsanordnung und Meßmethode

§ 2. *Lichtquellen.* An eine Lichtquelle, die für die genannten Aufgaben geeignet sein soll, sind folgende Anforderungen zu stellen: 1. Die Zentrenzahl $\mathfrak{N}$ muß in einem sehr großen Bereich kontinuierlich und ohne Variation der Anregungsbedingungen veränderlich sein. 2. Die Anregungsbedingungen müssen auch über längere Zeiträume hin konstant bleiben und jederzeit reproduzierbar sein.

1) S. Sambursky, Ztschr. f. Phys. **49**. S. 734. 1928; W. Bleeker, ebenda **52**. S. 808. 1929; Chr. Füchtbauer u. H. W. Wolff, Ann. d. Phys. [5] **3**. S. 359. 1929; R. Minkowski u. W. Mühlenbruch, Ztschr. f. Phys. **63**. S. 198. 1930; W. Schütz, ebenda **64**. S. 682. 1930. Ältere Literatur vgl. H. Jakob, a. a. O.

2) E. Fermi, Ztschr. f. Phys. **59**. S. 680. 1930.

3) Vorläufige Mitteilung: H. Kohn u. H. J. Hübner, Phys. Ztschr. **34**. S. 278. 1933.

Diese Forderungen lassen sich in gut übersehbarer Weise an mit Salznebel gefärbten Flammen erfüllen.[1]) Das erste Ziel erreicht man durch unbedingte *Konstanz* der Flammen*temperatur*; das zweite durch Verwendung eines Zerstäubers, der die zur Flammenfärbung dienenden Lösungen unabhängig von ihrer Konzentration gleichmäßig und störungsfrei vernebelt, sowie durch eine Brennerkonstruktion, bei der der Salzstaub *unmittelbar* aus dem Zerstäuber in den Brenner gelangt und ein Verstopfen der Düsen durch Salzreste u. ä. weitgehend vermieden wird. Für die Untersuchungen bei „unendlich dünner Schicht" muß die *Flammentemperatur* möglichst *hoch* sein[2]), damit man trotz der geringen Zentrenzahl (Dampfdichte), die die „unendlich dünne Schicht" erfordert, doch eine genügende Zahl *angeregter* Atome und somit zur Messung ausreichende Intensität erhält. Für diesen besonderen Zweck wurde der in Fig. 1 dargestellte Knallgasbrenner konstruiert.

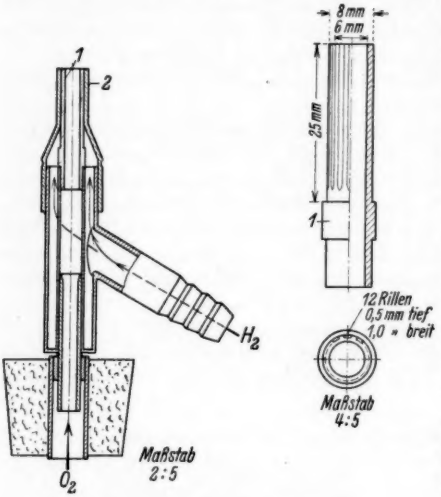


Fig. 1. Konstruktionszeichnung des Knallgasbrenners

Der Sauerstoff tritt mit Salzstaub beladen bei O_2 ein, durchströmt das mittlere Rohr in der Pfeilrichtung und gelangt schließlich in den Teil 1, der zusammen mit dem Teil 2 die Brennerdüsen bildet. 1 und 2 sind in ihrer ganzen Länge (20 mm) genau ineinander eingepaßt. 12 Rillen, die in gleichen Abständen in die äußere Wandung von 1 eingefräst sind, bilden die Austrittsöffnungen (Düsen) für den Wasserstoff, der bei H_2 eintritt.

Der Brenner arbeitet also *ohne* Vormischung der beiden Gase. Ein Verstopfen der Düsen ist bei dieser Konstruktion nicht möglich, da der Wasserstoff, der hier allein durch enge Düsen hindurchgeht, mit dem Salzstaub oder der Lösung in keiner Weise in Berührung

1) H. Kohn u. H. Jakob, a. a. O.

2) Vgl. H. Kohn u. H. Jakob, a. a. O.; R. Minkowski, Ztschr. f. Phys. **63**. S. 188. 1930.

kommt, die Sauerstoff-„Düse" jedoch eine große lichte Weite hat. Sämtliche Brennerteile sind aus Messing gefertigt. Die Gase werden den handelsüblichen Flaschen entnommen, der Gasstrom mit Hilfe je eines Rotamessers eingestellt und konstant gehalten. Bei einem Wasserstoffüberdruck von 1,5 Atm. (vor dem Brenner) und passend einregulierter Sauerstoffzumischung erzielt man eine etwa 350—400 mm hohe, steife und etwa 20—22 mm dicke, sehr heiße (vgl. S. 791) Flamme, die recht konstant brennt und in ihrer Temperatur gut reproduzierbar ist. Oberhalb des etwa 70 mm hohen Flammenkegels befindet sich eine 15 mm hohe nahezu homogene Zone, die für die Messungen geeignet ist.

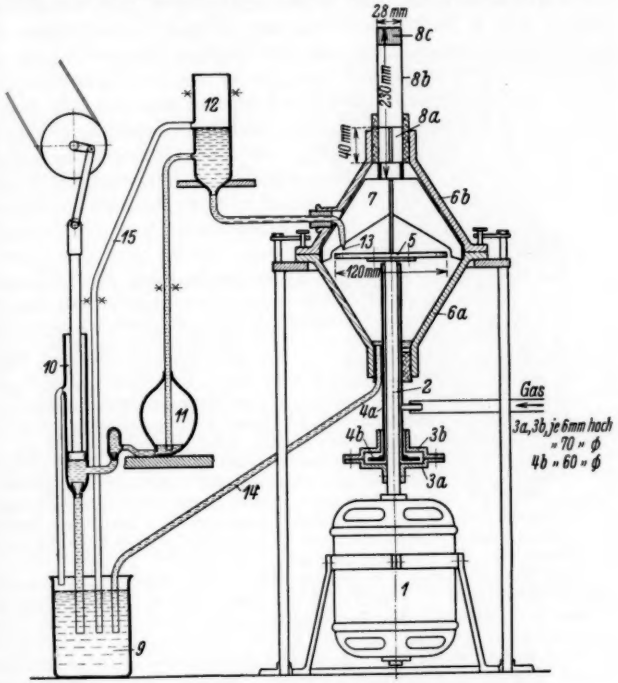


Fig. 2. Konstruktionszeichnung des Zentrifugalzerstäubers mit Leuchtgaspreßluftbrenner

Für die direkte Bestimmung des $I.V._{\nu}$ in „unendlich dünner Schicht" ist diese Flamme sehr brauchbar. Um die für die Untersuchung des Verlaufes der L.A. und der Gesamtemission erforderlichen höheren Dampfdichten bzw. höheren Werte des Produktes $\mathfrak{N} \cdot l$ zu erreichen, erwies es

sich als zweckmäßig, alles Gas, das dem Brenner zugeführt wird, als Salzstaubträger zu benutzen und die Dicke der leuchtenden Schicht zu vergrößern. Dies ist in dem im folgenden beschriebenen Preßluftleuchtgasbrenner durchgeführt (vgl. Fig. 2); er ist im Prinzip ein größerer Bec Méker. Er besteht aus einem Messingrohr 8 b (230 mm Länge, 28 mm lichte Weite), das oben eine Kappe mit Nickelrost 8 c eines Original-Méker-Brenners trägt. Die Rostöffnungen sind etwa $1{,}5 \times 1{,}5$ mm² groß. Im unteren Teil des Brennerrohres befinden sich 4 Nickelflügel 8 a von 40 mm Höhe. Besonderer Erwähnung bedarf noch die bei diesem Brenner verwendete Gaszuführung bzw. Gasmischung. Da der von dem städtischen Rohrnetz gelieferte Gasdruck zu gering ist, um bei den angegebenen Brennerdimensionen und bei Benutzung des Zerstäubers (vgl. unten) die für richtiges Brennen notwendige Frischluft *selbst* anzusaugen, wurde der umgekehrte Weg beschritten: Die für die Flamme nötige Frischluft läßt man ihrerseits die erforderliche Leuchtgasmenge aus der Gasleitung ansaugen.

Zu diesem Zweck wird die der Preßluftbatterie des Institutes entnommene Frischluft dem Stutzen einer Wasserstrahlpumpe zugeführt, der normalerweise an die Wasserleitung angeschlossen wird; der Saugstutzen ist unter Zwischenschaltung eines Mikrometerhahnes mit der Gasleitung verbunden. Vermöge der Saugwirkung, die die Preßluft mittels dieser Anordnung auf das Leuchtgas ausübt, gelingt es, ein Mehrfaches der normalen Gasmenge zu entnehmen. Beim Passieren der Wasserstrahlpumpe mischen sich die Gase und treten dann in den Zerstäuber ein. Beide Gasströme werden noch für sich durch je einen Rotamesser kontrolliert und genau konstant gehalten. Der Preßluftüberdruck vor der Wasserstrahlpumpe beträgt etwa 0,75 Atm., der Verbrauch etwa 45 Liter pro Minute. Die notwendige Leuchtgasmenge wird mittels des Mikrometerhahnes eingestellt. Hierdurch kann die Zusammensetzung des Gemisches und damit Temperatur und Gestalt der Flamme in weiten Grenzen variiert werden.

Die Flamme selbst hat den Charakter einer sehr heißen Bec Mékerflamme; sie brennt sehr steif und mit ganz kleinem Kegel. Ihre Höhe beträgt fast 500 mm, ihr Durchmesser etwa 30–33 mm. Die Temperaturkonstanz ist ganz vorzüglich, da die Temperatur unter sonst gleichen Verhältnissen nur vom Mischungsverhältnis abhängt und dieses, einmal eingestellt, weitgehend konstant bleibt; kleinere Druckschwankungen in der Leuchtgasleitung werden durch das Ansaugen mit dem konstanten Preßluftstrom von selbst ausgeglichen. Die beschriebene Gasansaug- und Mischvorrichtung hat ferner den Vorzug, dem Gasgemisch eine so hohe Geschwindigkeit zu erteilen, daß (unter Mitwirkung des Nickelrostes) auch bei ganz abnormen Mischungsverhältnissen niemals ein Rückschlag der Flamme in die Zerstäubungsapparatur eintrat.

Da es für eine gleichmäßige Färbung einer Flamme notwendig ist, die Substanz in möglichst fein verteiltem Zustande der Flamme zuzuführen, zerstäubt man die wäßrige Lösung

eines Salzes des zu untersuchenden Elements und läßt das Gas sich mit diesem Nebel beladen. Hierfür wurde von dem sogenannten Zentrifugalzerstäuber nach Beckmann[1]) Gebrauch gemacht, der eine unbedingte Reproduzierbarkeit der Flammenfärbung gewährleistet.

Seine Wirkung beruht darauf, daß eine auf eine rasch rotierende Scheibe laufende Flüssigkeit oberhalb einer gewissen Drehzahl intensiv versprüht wird. In den Konstruktionsdaten ähnelt unser Zerstäuber dem letzten von Beckmann (a. a. O. 1913) angegebenen Modell; in der Ausführung von Einzelheiten aber wurden Neuerungen, die dem Zweck und der Aufgabe dieser Arbeit besser entsprachen, eingeführt. Ein wesentlicher Unterschied zwischen unserer und Beckmanns Anordnung ist jedoch dadurch bedingt, daß der Beckmannzerstäuber mit der Außenluft in Verbindung steht, da sein Brenner durch den Zerstäuber hindurch die erforderliche Frischluft selbst ansaugt, während in der jetzigen Anordnung dem Brenner durch den Zerstäuber hindurch eine genau bemessene Gasmenge, die unter einem gewissen *Überdruck* steht, zugeführt werden soll. Hierzu ist aber erforderlich, daß das Zerstäubungsgefäß nur mit dem Brenner in Verbindung steht, gegen den übrigen Außenraum aber abgedichtet ist. Die gesamte Zerstäuberapparatur ist in Fig. 2 schematisch und in Fig. 3 im Lichtbild dargestellt.

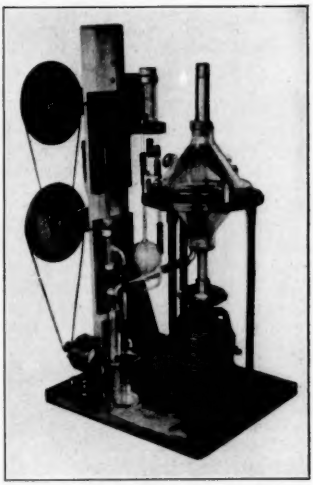


Fig. 3. Ansicht des Zentrifugalzerstäubers

Das Zerstäubungsgefäß wird von zwei starkwandigen Glastrichtern 6a und 6b gebildet, die auf einem großen, stabilen dreifußartigen Gestell ruhen. Die beiden Trichter besitzen eine abgeschliffene Berührungsfläche. In gleicher Höhe mit dieser befindet sich die rotierende Zerstäuberscheibe 5. Sie besteht aus Hartgummi, und ist mittels Gegenmutter auf der Chromnickelstahlwelle 2 des Motors 1 genau zentrisch

1) E. Beckmann u. P. Waentig, Ztschr. f. phys. Chem. **68**. S. 385. 1909; E. Beckmann u. H. Lindner, ebenda **82**. S. 641. 1913.

verschraubt. Der Gleichstrommotor 1 [1]) hat eine Drehzahl von 3500 pro Minute; sie wurde auf Grund der Untersuchungen von Beckmann gewählt, aus denen hervorgeht, daß oberhalb 3000 Touren pro Minute keine nennenswerte Steigerung des Zerstäubungseffektes mehr stattfindet.

Die Welle 2 läuft innerhalb eines stark vernickelten Messingrohres 4a. Dieses steckt in einem Korkstopfen, der in den Hals des unteren Trichters 6a getrieben ist und endet oben dicht unterhalb der Hartgummischeibe 5. Durch dieses Rohr gelangt das Gas in den Zerstäubungsraum. In Beckmanns Anordnung war es, wie bereits erwähnt, auch nach dem Motor zu offen; in der jetzigen Anordnung aber muß das Rohr 4a, in das die Gase durch einen seitlichen Ansatzstutzen gelangen, unterhalb dieses Stutzens gegen die Welle abgedichtet werden, um zu verhindern, daß ein Teil des zugeführten Gases in das Zimmer entweicht. Dies wird durch eine rotierende Öldichtung bewirkt, die aus den Teilen 3a, 3b, 4b besteht.

3a und 3b sind zwei in ihren Hauptmaßen gleiche Hälften einer zylindrischen Rotgußbuchse, die durch 6 Schrauben mit Muttern fest aneinander gepreßt werden. Teil 3a ist mit seinem Ansatz genau auf die Motorachse 2 aufgepaßt, so daß die ganze Buchse mit dem Motor rotiert. Teil 3b trägt oben ein Ansatzstück, dessen Innendurchmesser 8 mm größer ist als der Außendurchmesser von 4a; dieses ragt mit seinem unteren Ende bis in die Mitte der Buchse und trägt an diesem eine runde Messingscheibe 4b. Die Buchse wird nun so weit mit zähflüssigem Öl gefüllt, daß auch die Scheibe 4b vollkommen bedeckt ist. Bei stehendem Motor ist jetzt das Rohr unten abgeschlossen. Rotiert der Motor, so sammelt sich das Öl am Rande der Buchse und bildet einen Ring; in diesen Ring ragt aber die stehende Scheibe 4b hinein, und erhält damit auch bei Rotation den Abschluß aufrecht.

Im oberen Trichter befinden sich vier Nickelflügel 7 von der angegebenen Gestalt; sie haben den Zweck, Wirbelbildung im Gas zu verhindern, um ein ruhiges Brennen der Flamme zu gewährleisten. In dem Hals des oberen Trichters ist mittels eines zweiten Korkstopfens der jeweils benutzte Brenner befestigt. Die Lösung wird, wie bei Beckmann, aus dem Vorratsgefäß 9 durch eine Glaspumpe 10 über ein Puffergefäß 11 in das Auslaufgefäß 12 gepumpt, von dem sie in *kontinuierlichem* Strom durch die Düse 13 auf die rotierende Scheibe 5 strömt und dort versprüht wird. Sie sammelt sich dann wieder in dem unteren Trichter und läuft durch das Ablaufrohr 14 in das Vorratsgefäß 9 zurück; ein Ablaufrohr 15 sorgt für konstantes Niveau im Auslaufgefäß 12. Die Düse 13 hat eine lichte Weite von etwa 2 mm; damit wird die Gefahr einer Verstopfung durch kleine Partikel (Korkstückchen, Staubteilchen, Salzkriställchen u. ä.) vermieden. Die Glaspumpe 10 wird unter Zwischenschaltung einer Übersetzung von einem zweiten kleinen Motor angetrieben.

Dieser Zerstäuber hat sich auch bei 7—8 stündigem ununterbrochenen Betriebe absolut bewährt und bedarf kaum einer Wartung. Die Scheibe versprüht in gleicher Weise sehr dünne wie sehr dichte Lösungen. Die Flammenhelligkeit ist bei gegebener Lösungsdichte photographisch jederzeit auf wenige Prozent (max. Abweichungen 6 %) konstant und reproduzierbar. Bei längerem Arbeiten mit einer bestimmten Lösungskonzen-

1) Von der Firma Fritz Köhler-Leipzig wurde dieser Motor in ausgezeichneter Ausführung geliefert.

tration, die genau eingehalten werden soll, ist es zweckmäßig, das Gas anzufeuchten, bevor es in den Zerstäuber eintritt, da prozentual mehr Wasserdampf als Salzpartikeln in den Brenner mitgenommen werden und somit Lösungskonzentration und Flammenhelligkeit allmählich anwachsen würden.

§ 3. *Bestimmung der Umkehrtemperatur bei den verwendeten Flammen.* Konstante Flammenhelligkeit setzt außer konstanter Salzzufuhr auch konstante Flammentemperatur voraus; deshalb muß der Helligkeitsmessung eine Temperaturmessung parallel laufen. Die Kenntnis der Flammentemperatur ist außerdem bei der Diskussion der Meßresultate erforderlich. Die Temperaturbestimmung geschieht nach der sehr empfindlichen Umkehrmethode[1]), die bei gegebener *schwarzer* Temperatur der „umkehrenden" Lichtquelle direkt die *wahre* Temperatur der „umgekehrten" Lichtquelle liefert, wenn diese ein Temperaturstrahler ist; in jedem anderen Falle gibt die Umkehrtemperatur (U.T.) eindeutig die Verteilung der Atome auf die verschiedenen Anregungsstufen an.[2]) Konstanz und Kenntnis dieser Verteilung — nicht eigentlich der Temperatur — ist aber gerade für die oben genannten Zwecke notwendig.

Die Anordnung zur Messung der U.T. ist in Fig. 4 angedeutet. Die umkehrende Lichtquelle U ist durch die beiden Linsen L_1 und L_2 in die Flamme Fl abgebildet und dieses Bild wiederum durch die Linse L_3 auf dem Spalt S_1 eines Spektrometers. Die von U kommende Strahlung wird durch die Nicols N_1 und N_2, die vor bzw. hinter der Flamme angebracht sind, meßbar verändert; die Blenden B_1 und B_2 dienen zur Abschirmung von falschem Licht. Die Umkehr wird in dem Spektrum 2. Ordnung eines kleinen Plangitters beobachtet. Da die interessierenden Linien im Violett bzw. Ultraviolett liegen, kann an diesen selbst visuell die U.T. nicht gemessen werden; es sind daher andere Linien dazu heranzuziehen. Damit wird jedoch Gleichheit der Anregungsbedingungen für die verschiedenen Linien vorausgesetzt. Bei Temperaturstrahlung, die nur für die Bunsenflamme exakt nachgewiesen wurde (vgl. H. Kohn, a. a O. 1914), ist dies selbstverständlich; aber auch in der Knallgasflamme ergaben Untersuchungen von Féry (a. a. O.) und Kohn (a. a. O. 1928), daß die U.T. unabhängig von der Wellenlänge ist.

Als umkehrende Lichtquelle wurde bei der Leuchtgas-Preßluftflamme eine Osram-Wolframbogenlampe Type 4 G, bei der Knallgasflamme der positive Krater eines Kohlebogens im Gebiet konstanter Leuchtdichte[3]) verwendet, da die spezifische Intensität der Wolframbogenlampe nicht zur Umkehr der sehr heißen Knallgasflamme ausreicht. Die Beobachtungen in der Leuchtgasflamme wurden an den D-Linien des Na, in der Knallgasflamme an der roten Li-Linie ($\lambda = 6708$ ÅE.) vorgenommen, da die D-Linien bereits im Kraterspektrum stark selbstumgekehrt erscheinen. Aus dem bei „Umkehr", d. h. beim Verschwinden

1) Ch. Féry, Compt. rend. **137**. S. 909. 1903; H. Kohn, Ann. d. Phys. **44**. S. 749. 1914.
2) H. Kohn, Phys. Ztschr. **29**. S. 49. 1928; ebenda **33**. S. 957. 1932.
3) H. Kohn u. M. Guckel, Ztschr. f. Phys. **27**. S. 305. 1924.

der Linien auf dem kontinuierlichen Grund, eingestellten Polarisatorwinkel φ und der schwarzen Temperatur des Bildes der umkehrenden Lichtquelle am Ort der Flamme läßt sich die U.T. für die betreffende Wellenlänge mit Hilfe der Wienschen Spektralgleichung berechnen.

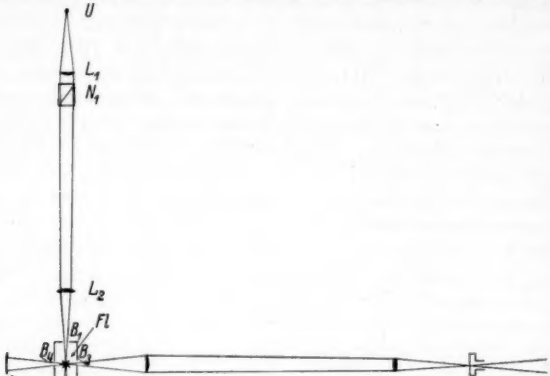


Fig. 4. Anordnung zur gleichzeitigen Bestimmung des Intensitätsverhältnisses und der Linienabsorption sowie zur Messung der Umkehrtemperatur

Diese schwarzen Temperaturen wurden mittels eines im hiesigen Institut gebauten, an einem schwarzen Körper nach Lummer-Kurlbaum geeichten Mikropyrometers bestimmt. Bei den pyrometrischen Messungen ergab sich unter Verwendung des bekannten Absorptionsvermögens des Wolframs für die wahre Temperatur der Wolfram-Bogenlampe (4,0 Amp. Belastung) ein Wert von 3071° abs. für die wahre Temperatur des Kraters (± 8 mm Conradty-Dochtkohlen) unter Annahme konstanten Absorptionsvermögens der Betrag von 4046° abs.

Bei der Leuchtgas-Preßluftflamme ergab sich eine U.T. von $2176 \pm 4°$ abs.[1]), bei der Knallgasflamme eine U.T. von

1) Bei dieser Temperatur entspricht eine Änderung um 4° einer Änderung in der Zahl der angeregten Atome um 2 %.

2853° abs. Diese Temperaturen stellen mit großer Wahrscheinlichkeit auch die wahren Temperaturen der beiden speziellen Flammen dar.

§ 4. *Anordnung zur gleichzeitigen Bestimmung des Intensitätsverhältnisses und der Linienabsorption.* Die bereits von Kohn und Jakob (a. a. O.) angegebene Methode zur *gleichzeitigen* Bestimmung des I.V. der Komponenten und der L.A. wurde auch in der vorliegenden Arbeit angewendet. Die zur Messung der L.A. notwendige Verdoppelung der Schichtdicke wird durch Spiegelung der Flamme in sich mittels eines Hohlspiegels vorgenommen.

Zu diesem Zwecke wird die Flamme *Fl* (vgl. Fig. 4) zwischen zwei Blenden B_3 und B_4 eingeschlossen, von denen die hintere B_4 durch den Hohlspiegel *Sp* am Ort der vorderen B_3 scharf abgebildet ist; die Größe von B_4 ist so gewählt, daß ihr Bild in B_3 bei gegebenem Blendenabstand und gegebener Brennweite des Spiegels genau die Größe von B_3 hat. Durch eine kleine Drehung des Spiegels um seine Horizontalachse ist zu erreichen, daß die eine Hälfte der Blende B_3 nur mit Strahlung der einfachen, die andere mit Strahlung der durch Spiegelung vergrößerten Schicht belegt ist. Das gleiche gilt für den Spektrographenspalt S_2, auf den B_3 durch die Linsen L_4 und L_5 abgebildet ist; hier ist eine scharfe Grenzkante zu erkennen.

Die Linse L_4 dient als Kollektivlinse; sie bildet den Spiegel *Sp* in die Linse L_5 ab und sammelt somit die von der Spiegelung herrührenden Strahlen. Nur so ist auf dem Spektrographenspalt die gleiche Helligkeitsverteilung wie am Ort der Blende B_3 selbst zu erzielen. Der Hohlspiegel ist mit einer Platinschicht überzogen, da sich Silberspiegel ihrer Inkonstanz wegen nicht bewährt hatten. Sein Reflexionsvermögen wurde an der Wellenlänge $\lambda = 421$ mμ (Lage des 2. Rb-Gliedes) sowohl visuell mit einem Lummer-Brodhunschen Spektralphotometer als auch photographisch-photometrisch übereinstimmend zu 48,2% gemessen.

§ 5. *Die photographisch-photometrische Methode.* Die Messungen wurden nach der photographisch-photometrischen Methode vorgenommen. Durch Verwendung eines sehr gleichmäßigen Plattenmaterials, Benutzung nur des *geradlinigen* Teils der Schwärzungskurve und sorgfältige Schwärzungsmessung konnte eine erhebliche Meßgenauigkeit erreicht werden. Die Schwärzungsmessung wurde mit einem lichtelektrischen Registrierphotometer[1]) nach Koch-Goos (Modell 1927) ausgeführt und zwar wurden die Elektrometerausschläge mittels eines Mikrometerokulars abgelesen. Durch diese Maßnahme wird gegenüber der Registrierung sowohl die Genauigkeit der Schwärzungsmessung erhöht als auch ein bedeutender Zeitgewinn erzielt. Geeignete Wahl der Elektrometerempfindlichkeit und der Irisblendenöffnung, d. h. des Meßwiderstandes, erlauben bei diesem Photo-

1) Das Registrierphotometer ist eine Leihgabe der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft.

meter eine ausgezeichnete Anpassung an die jeweilige Aufgabe, die im vorliegenden Falle die Ausmessung *großer* Schwärzungs-*unterschiede* verlangt.

Die Intensitäts-Schwärzungsmarken wurden mittels eines Quarz–Platinstufenabschwächers[1]) und einer Osram–Kleinkinolampe (max. 12 Volt, 100 Watt) erzeugt. Diese Lampe dient gleichzeitig als *konstante, einheitliche Bezugslichtquelle* für die verschiedenen Linienintensitäten, die den verschiedenen Lösungskonzentrationen entsprechen.

Der optische Aufbau zum Drucken der Marken ist folgender: Der Stufenabschwächer befindet sich unmittelbar auf dem Spektrographenspalt; auf der dem Spalt abgewendeten Seite des Abschwächers ist eine plankonvexe Linse angebracht[2]), die in Gemeinschaft mit dem Kollimatorobjektiv durch das dispergierende Prisma hindurch den Leuchtkörper der Vergleichslampe auf das Kameraobjektiv abbildet. Aus Lampe und Linse mit Stufenabschwächer ist eine handliche Beleuchtungseinrichtung gebaut, die, einmal justiert, jederzeit gebrauchsfertig ist und mit einem Handgriff vor den Spektrographen gesetzt und wieder entfernt werden kann. Mit dieser Anordnung wird der 15 mm hohe Spalt völlig gleichmäßig beleuchtet. Der Stufenabschwächer ist sehr sorgfältig photographisch-photometrisch und lichtelektrisch an den drei Quecksilberlinien $\lambda = 436$ mμ, $\lambda = 390$ mμ, $\lambda = 365$ mμ geeicht, die in der Nachbarschaft der untersuchten Dubletts liegen. Um den längerwelligen Teil des Spektrums, der ein intensives Streulicht liefert, vom Spektrographen fern zu halten, wurde für das Untersuchungsgebiet von 480—370 mμ eine Lösung von Cuprotetraminsulfat, für das Gebiet < 370 mμ eine Lösung, die gleiche Teile Kupfersulfat und Kobaltsulfat enthält, als Filter benutzt.

Die Schwärzungskurve wird dadurch mit großer Genauigkeit festgelegt, daß Aufnahmen mit dem Stufenabschwächer auf drei *verschiedene* Stellen der Platte durch einen rotierenden Sektor mit drei verschiedenen, aber bekannten Öffnungen gemacht werden; man erhält dann drei Schwärzungskurven, die einander parallel laufen müssen (vgl. Fig. 5, die die Ausmessung der Platte *Rb 48* darstellt). Die Zulässigkeit der Verwendung des rotierenden Sektors ist durch zahlreiche Untersuchungen[3]) sichergestellt.

Das Flammenspektrum wird direkt, d. h. ohne Benutzung des Stufenabschwächers, photographiert. Bei ein und derselben Konzentration der Lösung wurden stets mehrere Aufnahmen gemacht. Um bei gleicher Belichtungszeit auf der gleichen Platte mit verschiedenen Konzentrationen ähnliche günstige

1) Hergestellt bei C. Zeiss, Jena.

2) Die Anordnung der Kombination „Stufenabschwächer-Linse" unmittelbar vor dem Spalt erfolgte auf Grund einer Mitteilung von Herrn Prof. Dr. K. W. Meißner-Frankfurt a. M. an Frl. Dr. H. Kohn.

3) Vgl. z. B. E. A. Weber, Ann. d. Phys. **45**. S. 801. 1914 und F. Goos, Ztschr. f. Phys. **31**. S. 229. 1925.

Schwärzungen der Linien zu erhalten, wurde auch für die Flammenaufnahmen der rotierende Sektor mit passend gewählter, bekannter Öffnung verwendet. Die Linien werden mit dem Photometer in ihrer ganzen Länge durchgemessen; der plötzliche Übergang zu höheren Schwärzungen (vgl. Fig. 5) entspricht der Grenzkante zwischen der einfachen Schicht und

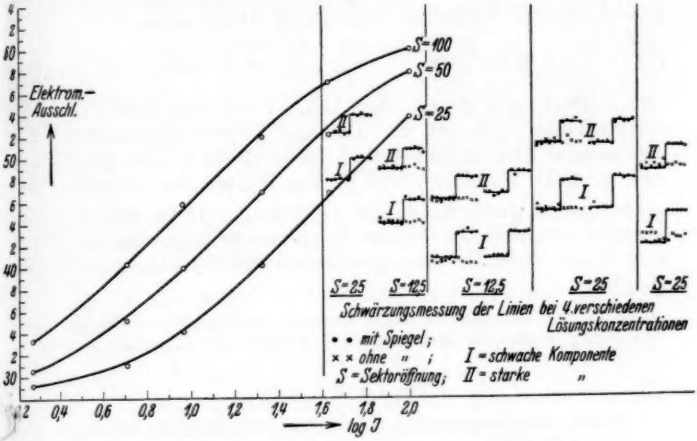


Fig. 5. Photometrische Ausmessung einer Platte

der durch Spiegelung vergrößerten Schicht (vgl. § 4). Da bei der hier benutzten Methode zur Messung der L.A. die Gleichmäßigkeit der Spaltbeleuchtung eine wesentliche Voraussetzung bildet, wird zu ihrer Prüfung bei jeder Dampfdichte einmal die einfache Schicht nach Abdeckung des Spiegels photographiert und gemessen.

II. Direkte Bestimmung des wahren Intensitätsverhältnisses der Komponenten am 2. und 3. Rb-Hauptserienglied sowie am 3. Cs-Hauptserienglied

§ 6. *Das wahre Intensitätsverhältnis der Komponenten des 2. Rb-H.S.-Gliedes* ($6^2P_{1/2, 3/2} - 5^2S_{1/2}$; $\lambda = 4216/02$ ÅE). Für die Untersuchungen am 2. Rb-Glied stand ein im hiesigen Institut umgebauter Spektrograph mit Rutherfordprisma zur Verfügung. Die Lineardispersion betrug am Ort der Platte an der Wellenlänge $\lambda = 421$ mμ etwa 11 ÅE pro Millimeter. Besonderer Wert wurde auf die Unterdrückung des schädlichen Streulichtes gelegt.

Die ersten Versuche betrafen die direkte Bestimmung des I.V. in der Knallgasflamme bei „unendlich dünner Schicht“ (vgl. § 1).

Die hierbei zu bestimmende L.A. gewinnt man meßtechnisch am bequemsten durch Ermittlung der Größe $\mathfrak{k}$, die das Verhältnis der Intensitäten der verdoppelten und einfachen Schicht angibt; solche $\mathfrak{k}$-Messungen wurden erstmalig von Gouy[1]) ausgeführt. Ist J die Intensität der einfachen und J die der doppelten Schicht, so wird

$$\mathfrak{k} = \frac{\bar{J}}{J} = \frac{J + J(1 - A_L)}{J} = 2 - A_L; \tag{2}$$

dabei ist A_L der Betrag der L.A. $\mathfrak{k}$ ist eine Zahl; bei verschwindender L.A. ist ihr Betrag 2 (oberer Grenzwert). Mit wachsender Zentrenzahl $\mathfrak{N}$ und Schichtdicke l wird sie kleiner und erreicht bei hinreichend großen Werten des Produktes $\mathfrak{N} \cdot l$ *immer* einen zweiten, unteren Grenzwert vom Betrage $\sqrt{2}$, abgesehen von dem Fall reiner Dopplerverteilung, dem aber nur eine theoretische Bedeutung zukommt (vgl. Teil III, insbesondere § 10).

Bei der hier angewendeten Methode der Schichtvermehrung durch Spiegelung ergibt die Messung nicht unmittelbar die Größe $\mathfrak{k}$, sondern erst den Wert $\mathfrak{k}'$

$$\mathfrak{k}' = 1 + R(1 - A_L), \tag{3}$$

wo R das gemessene Reflexionsvermögen des Spiegels bedeutet. Aus Gl. (2) und (3) folgt

$$\mathfrak{k} = 1 + \frac{\mathfrak{k}' - 1}{R}. \tag{4}$$

Bei der Durchführung der Messungen wurden auf jeder Platte Aufnahmen mit Rubidiumjodidlösungen verschiedener Konzentration gemacht; die Spaltbreite betrug bei diesen Versuchen 0,2 mm. Die gemessenen Schwärzungen am Ort der Linien ergeben mit Hilfe der Schwärzungskurve unmittelbar das I.V. J_2/J_1 bzw. den $\mathfrak{k}$-Wert $\bar{J}/J$, wobei $\bar{J}$ die durch die Spiegelung erhöhte Intensität ist. War ein kontinuierlicher Grund zwischen den Linien vorhanden, so wurde er bei der Auswertung in bekannter Weise[2]) in Rechnung gesetzt.

Die Linienhelligkeiten wurden bei diesen Versuchen noch nicht in einem von Platte zu Platte einheitlichen Maße gemessen. Anhaltspunkte für ihren Vergleich lassen sich aber aus den Werten der Sektoröffnung bzw. der Belichtungszeit

1) G. L. Gouy, Ann. de Chim. et Phys. 18. S. 5. 1879.
2) Vgl. z. B. H. Jakob, a. a. O. 1928.

gewinnen, die zu angenähert gleichen Schwärzungen führten (vgl. S. 793). Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

Plattennummer	Nr. d. Aufnahme	Sektor	Belichtungszeit in Min.	V	$\overset{*}{V}$	$\mathfrak{k}_1$	$\mathfrak{k}_2$
Rb 22	3	ohne	9	2,51	2,54	1,98	2,01
Rb 23	5	100	9	2,59	2,56	2,02	2,06
Rb 23	4	25	9	2,53	2,52	2,01	2,00
Rb 35	1	100	3	2,51	2,50	2,25	2,22
Rb 37	6	50	$4\frac{1}{2}$	2,53	2,53	2,06	2,06
Rb 37	9	100	$4\frac{1}{2}$	2,63	2,62	2,12	2,14
			Mittelwert:	2,55	2,55		

V und $\overset{*}{V}$ sind die gemessenen I.V. bei einfacher bzw. durch Spiegelung erhöhter Schichtdicke; $\mathfrak{k}_1$ und $\mathfrak{k}_2$ die an der schwachen bzw. starken Dublettkomponente gemessenen $\mathfrak{k}$-Werte.

Die Tabelle zeigt: 1. Konstanz des I.V. bei Variation der Lösungskonzentration, also der Dampfdichte in der Flamme, 2. Konstanz des I.V. bei Änderung der Schichtdicke durch Spiegelung, 3. Konstanz der $\mathfrak{k}$-Werte, $\mathfrak{k}_1 = \mathfrak{k}_2 = 2$.

Hieraus ist zu folgern, daß das so gemessene I.V. das „wahre Intensitätsverhältnis" in dem eingangs definierten Sinn darstellt. Sein Wert ist demnach **2,55** $\pm$ 0,04.

Die abnorm hohen $\mathfrak{k}$-Werte der 6. und besonders der 4. Aufnahme (vgl. Tab. 1) sind auf eine zufällige vertikale Inhomogenität der Flamme zurückzuführen; aber auch hier zeigt sich jeweils eine bemerkenswerte Übereinstimmung der $\mathfrak{k}$-Werte beider Komponenten untereinander.

Auch in der Preßluftleuchtgasflamme ließ sich in gleicher Weise das I.V.$_w$ der Komponenten dieses Dubletts ohne Schwierigkeiten bestimmen. Der Mittelwert aus zahlreichen Messungen ist **2,58**; er befindet sich in bester Übereinstimmung mit dem in der Knallgasflamme erhaltenen Wert.

§ 7. *Das wahre Intensitätsverhältnis der Komponenten des 3. Rb- und 3. Cs-H.S.-Gliedes* ($7^2P_{1/2,\,3/2} - 5^2S_{1/2}$, $\lambda = 3592/87$ ÅE; $8^2P_{1/2,\,3/2} - 6^2S_{1/2}$, $\lambda = 3889/77$ ÅE). Als Lichtquelle wurde bei diesen Untersuchungen die Preßluftleuchtgasflamme benutzt, da sich in ihr die „unendlich dünne" Schicht am 2. Rb-Glied hatte mühelos erreichen lassen. Die Helligkeit der Linien wurde jetzt in einem einheitlichen, wenn auch relativem Maß bestimmt, d. h. auf die oben erwähnte Vergleichslampe (vgl. S. 792) bezogen. Für die Aufnahmen diente hier der große Quarz-

spektrograph[1]) der Firma F. Schmidt & Haensch, Berlin, dessen an sich bereits ausreichende Lineardispersion durch Einsetzen des zugehörigen Telesystems noch auf das 2,7fache erhöht wurde.

Wie die Figg. 6 und 7 — Reproduktionen von Aufnahmen in Originalgröße — zeigen, ist in diesem Bereich des Flammenspektrums der Anteil des kontinuierlichen Grundes an der gesamten Intensität von Linie + Grund bereits beträchtlich; seine Ausmessung wurde daher besonders sorgfältig vorgenommen. Das Reflexionsvermögen des Spiegels ist an diesen Wellenlängen nicht bestimmt worden, so daß nur die $\mathfrak{k}'$-Werte angegeben werden können. Ihre *Übereinstimmung* an *beiden* Komponenten weist jedoch darauf hin, daß der Betrag der L.A. verschwindend klein, also $\mathfrak{k} \approx 2$ ist. Da die Strahlung des kontinuierlichen Grundes in der Flamme wohl sicher als Strahlung einer „unendlich dünnen" Schicht zu betrachten ist, so ist auch aus der Übereinstimmung von $\mathfrak{k}'$ mit $\mathfrak{J}_G/J_G$ auf verschwindende L.A. in den Linien zu schließen; J_G und $\mathfrak{J}_G$ sind dabei die Helligkeiten des Grundes bei einfacher bzw. durch Spiegelung vergrößerter Schicht.

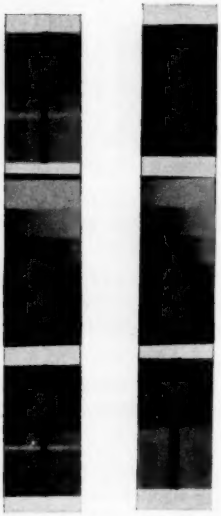


Fig. 6. 3. Rb-Glied

Fig. 7. 3. Cs-Glied

in einfacher und durch Spiegelung vergrößerter Schicht

In Tab. 2 sind die Ergebnisse der Versuche am 3. Rb-H.S.-Glied zusammengestellt; die Breite des Spektrographenspaltes betrug hier durchweg 0,08 mm.

Die Aufnahme von Platte Rb 59, sowie die Aufnahme der Platte Rb 61 zeigen die erforderliche Übereinstimmung der I.V. bei einfacher und durch Spiegelung vermehrter Schichtdicke, sowie auch der Beträge von $\mathfrak{k}_1'$, $\mathfrak{k}_2'$ und $J_G/\mathfrak{J}_G$. Bei beiden Aufnahmen der Platte Rb 60, die einer höheren Dampfdichte in der Flamme entsprechen, ist ein systematisches Zurück-

1) Der Apparat ist seinerzeit (1921) von der Firma F. Schmidt & Haensch unter Mitwirkung von Frl. Dr. H. Kohn durchkonstruiert worden und ist eine Leihgabe des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Physik.

Tabelle 2

Plattennummer	J_1	J_2	V	$\overset{*}{V}$	t_1'	t_2'	$\overset{*}{J}_G/J_G$	Belichtungszeit in Min.
Rb 59	6,77	22,08	3,26	3,25	1,36	1,36	1,35	150
Rb 60	12,78	41,56	3,25	3,08	1,38	1,33	1,36	70
Rb 60	13,70	43,91	3,21	3,05	1,37	1,31	1,42	70
Rb 61	7,07	22,94	3,24	3,28	1,36	1,36	1,37	150

J_1 und J_2 sind die relativen Helligkeiten der schwachen bzw. starken Komponenten; sonstige Bezeichnungen vgl. Tab. 1, S. 795.

bleiben des $\overset{*}{V}$-Wertes gegenüber dem V-Wert und des t_2'-Wertes gegenüber dem t_1'-Wert zu bemerken; die t_1'- und die V-Werte sind jedoch innerhalb der Fehlergrenze den sich aus den Platten Rb 59 und Rb 61 ergebenden t_1'- und V-Werten gleich. Dies bedeutet, daß bei dieser höheren Dampfdichte die Flamme in *einfacher* Schicht praktisch noch als „unendlich dünn" zu betrachten ist, in der durch Spiegelung *vergrößerten* Schicht aber nicht mehr. Das schwache Absinken des t_2'-Wertes zeigt an, daß bei Vermehrung der Schichtdicke die Intensität der *starken* Komponente bereits durch Reabsorption herabgedrückt wird. Bei der Ermittlung des I.V.$_w$ sind also die $\overset{*}{V}$-Werte von Rb 60 auszuschließen. Danach ergibt sich das I.V.$_w$ der Komponenten des 3. Rb-H.S.-Gliedes zu **3,25** $\pm$ 0,02.

Für die Messungen am 3. Cs-H.S.-Glied (Tab. 3) wurde der Zerstäuber mit Cäsiumchloridlösung[1]) beschickt. Zur Prüfung eines möglichen Einflusses des kontinuierlichen Grundes auf die Bestimmung des I.V. wurden die Aufnahmen mit verschiedenen Spaltbreiten gemacht, um die Intensität des Grundes im Vergleich zur Linienintensität zu verändern; ein systematischer Einfluß war jedoch nicht zu erkennen. Die jeweiligen Spaltbreiten sind in Tab. 3 vermerkt.

Bei Platte Cs 2 ist zwar das I.V. bei den beiden verschiedenen Schichtdicken innerhalb der Fehlergrenze identisch, der t_2'-Wert ist aber vielleicht noch systematisch etwas kleiner als der Betrag von t_1'. Um die Konstanz des I.V. zu untersuchen, wurde daher bei Platte Cs 3 durch eine entsprechende Änderung der Lösungskonzentration die Dampfdichte in der Flamme etwa auf die Hälfte gegenüber Platte Cs 2 erniedrigt.

1) Das CsCl und das RbJ wurde teils von E. Merck-Darmstadt, teils von Kahlbaum-Schering-Berlin entgegenkommenderweise zu Sonderpreisen geliefert. Beiden Firmen sei auch an dieser Stelle herzlich gedankt.

Tabelle 3

Plattennummer	J_1	J_2	V	$\overset{*}{V}$	$\mathfrak{k}_1'$	$\mathfrak{k}_2'$	$\overset{*}{J}_G/J_G$	Spaltbr. in mm	Belichtungszeit in Min.
Cs 2	6,31	49,27	7,88	7,76	1,34	1,31	1,33	0,15	90
Cs 2	6,42	50,57	7,87	7,64	1,37	1,32	1,39	0,15	90
Cs 3	3,47	27,57	7,94	8,39	1,31	1,33	1,36	0,10	150
Cs 3	3,51	28,28	8,06	8,53	1,33	1,33	1,34	0,10	150
Cs 4	2,90	22,03	7,60	7,13	1,34	1,32	1,32	0,15	210
Cs 4	3,23	27,16	8,48	8,59	1,33	1,33	1,36	0,075	210

Mittelwert: 7,97 8,01

Bezeichnungen wie in Tab. 1 und 2

Wie aus Tab. 3 zu ersehen ist, wurde damit keine systematische Erhöhung des I.V. erzielt; die $\mathfrak{k}$-Werte stimmen jedoch nunmehr völlig überein. Dieses Ergebnis wird durch die Aufnahmen von Platte Cs 4 bestätigt.

Das gemessene I.V. zeigt sich bei Variation von Dampfdichte und Schichtdicke merklich konstant. (Die größere Streuung der $\mathfrak{k}'$- und $\overset{*}{J}_G/J_G$-Werte ist sicher auf eine schwache Inhomogenität der Flamme zurückzuführen, die hier leider bei allen sechs Aufnahmen auftrat). Es ist daher auch in diesem Falle anzunehmen, daß das gemessene I.V mit dem „wahren" identisch ist. Die Mittlung über alle 12 Einzelwerte ergibt

$$\mathbf{8{,}0 \pm 0{,}3}.$$

§ 8. *Diskussion der Meßergebnisse.* Bei allen drei Dubletts ergibt sich also für das I.V._w der Komponenten, entsprechend den früheren Messungen von Kohn und Jakob (a. a. O.), ein Betrag, der den von der Burger-Dorgeloschen Intensitätsregel geforderten Wert 2 erheblich überschreitet. Das Ergebnis am 2. Rb-H.S.-Glied wird durch die im Teil III mitgeteilten Untersuchungen, wie hier vorweggenommen sei, vollauf bestätigt. Weitere *Emissions*messungen liegen für dieses Dublett bisher nicht vor.

An dem 3. Rb- und dem 3. Cs-H.S.-Glied ergaben die Versuche von Sambursky[1]) die Werte 3,5 bzw. 10; sie zeigen den gleichen Gang wie die des Verf., sind aber systematisch größer. Als Lichtquelle benutzte Sambursky einen Kohlebogen.

Durch Messung der anomalen Dispersion an Rb- und Cs-Dampf bestimmte Roschdestwensky[2]) unmittelbar das Verhältnis der Zahlen der den Dublettkomponenten zugeord-

1) S. Sambursky, Ztschr. f. Phys. **49**. S. 734. 1928.

2) D. S. Roschdestwensky, Transact. of Opt. Inst., Petrograd Vol. II, S. 13, Berlin 1921.

neten klassischen Dispersionselektronen $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ bzw. der ihnen entsprechenden Stärken der Ersatzoszillatoren f_2/f_1. Zwischen dem I.V.$_w$ und dem Verhältnis der $\mathfrak{N}$- bzw. f-Werte besteht bei „unendlich dünner" Schicht folgende Beziehung:

$$(5) \qquad \frac{J_2}{J_1} = \frac{\mathfrak{N}_2\,\nu_2^3}{\mathfrak{N}_1\,\nu_1^3}\,e^{-\frac{h(\nu_2-\nu_1)}{kT}} = \frac{f_2\,\nu_2^3}{f_1\,\nu_1^3}\,e^{-\frac{h(\nu_2-\nu_1)}{kT}};$$

Für die spezifische Intensität der Strahlung in den Frequenzen ν_2 und ν_1 der starken bzw. schwachen Komponente ist hierbei der aus der Wienschen Strahlungsformel folgende Ausdruck eingesetzt; T ist die U.T. („spezifische Temperatur").

Das Verhältnis f_2/f_1 ist also nicht völlig mit dem gemessenen I.V.$_w$ identisch. Aus diesem läßt es sich aber berechnen, indem man die durch die U.T. gegebene Verteilung der Atome auf die *Ausgangs*niveaus, d. h. die e-Funktion der Gl. (5) berücksichtigt. In Spalte 1 der folgenden Tab. 4 sind die aus dem gemessenen I.V.$_w$ umgerechneten f_2/f_1-Werte angegeben, in Spalte 2 die von Roschdestwensky gemessenen, in Spalte 3 die nach Fermi (a. a. O.) quantenmechanisch berechneten.[1])

Tabelle 4

f_2/f_1

Aus I.V.$_w$ berechnet	Aus Dispersionsmessungen von Roschdestwensky	Berechnet nach Fermi
2. Rb-H.S.-Glied: 2,71[2])	2,58	2,63
3. Rb-H.S.-Glied: 3,32	2,90	2,98
3. Cs-H.S.-Glied: 8,50	7,40	7,18

Aus allen drei Spalten ergibt sich übereinstimmend: Anstieg des Verhältnisses f_2/f_1 mit Gliednummer und Ordnungszahl des Elementes. Während sich die Werte Roschdestwenskys nahezu vollkommen mit den theoretischen decken, sind die aus den Intensitätsmessungen folgenden f_2/f_1-Werte durchweg etwas größer. Es scheint, daß diese Abweichungen systematischer Art sind und außerhalb der Fehlergrenze liegen. An dem 2. und 3. Rb-Glied ist dem Mittelwert sicherlich eine Genauigkeit von 2% zuzubilligen. Bei dem 3. Cs-Glied ist der Fehler größer; doch dürfte er für den Mittelwert auch nicht mehr als 4% betragen.

1) Diese Rechnung hat Herr cand. phil. G. Kurz ausgeführt. Die hierfür notwendigen I.V. aufeinanderfolgender Glieder der H.S. sind der Arbeit von Roschdestwensky, die Zahlenwerte für die Terme und Dublettabstände dem Tabellenwerk von Paschen-Götze, Seriengesetze der Linienspektren, Berlin 1922 entnommen.

2) Dieser Mittelwert ist aus den in der Knallgas- bzw. Leuchtgas-preßluftflamme bestimmten f_2/f_1-Werten 2,68 und 2,74 gebildet.

Möglicherweise sind diese Abweichungen auf die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Ausgangsniveaus der Linien zurückzuführen, ein Einfluß, auf den kürzlich Grotrian nach einer Mitteilung von Yao[1]) aufmerksam machte. Bei der starken Komponente der Grobstruktur sind die Strahlungsübergänge zwischen einigen Feinstrukturniveaus an sich durch die Auswahlregel verboten, können jedoch durch elektrische Felder im Starkeffekt erzwungen werden, wodurch also die Gesamtübergangswahrscheinlichkeit der starken Komponente verändert, und zwar erhöht wird; damit wird also auch das I.V. erhöht. In der Flamme könnte dieser Effekt durch molekularelektrische Felder hervorgerufen werden.

III. Indirekte Bestimmungen des I.V.$_w$ der Komponenten des 2. Rb-H.S.-Gliedes durch Messung des Verlaufes der Linienabsorption und der Gesamtemission

§ 9. *Bestimmung des I.V.$_w$ aus dem gemessenen Verlauf der L.A.* In vielen Fällen läßt sich die „unendlich dünne" Schicht experimentell nicht erreichen; die Emissionsmessung liefert daher auch nicht das I.V.$_w$, vielmehr ist das beobachtete I.V. unter dem Einfluß der Reabsorption herabgedrückt. Der Einfluß der Reabsorption äußert sich in der Abhängigkeit der G.A. bzw. Gesamtemission von der Zentrenzahl $\mathfrak{N}$ und der Schichtdicke l; diese Abhängigkeit ist durch den Verlauf des Absorptionskoeffizienten nk in der Linie bestimmt. Sie ist mehrfach unter bestimmten Voraussetzungen über den Verlauf des Absorptionskoeffizienten[2]) berechnet worden. Da in dem Ausdruck für die G.A. stets das Produkt aus $\mathfrak{N} \cdot l$ als Argument[3]) auftritt und somit $\mathfrak{N}$ und l vertauschbar sind, so ergibt die berechnete Abhängigkeit der G.A. von $\mathfrak{N}$ auch die Abhängigkeit der Größe $\mathfrak{k}$, d. h. also der L.A. von der Zentrenzahl $\mathfrak{N}$. Denn $\mathfrak{k}$ ist ja definiert als Verhältnis der Intensitäten[4]) bei doppelter und einfacher Schicht

$$\mathfrak{k} = \frac{\text{G.A.}\,(2\,\mathfrak{N} \cdot l)}{\text{G.A.}\,(\mathfrak{N} \cdot l)} .$$

1) Y. T. Yao, Ztschr. f. Phys. **77**. S. 307. 1932.

2) L.R. I, II, III; W. Schütz, Ztschr. f. Phys. **64**. S. 683. 1930; M. W. Zemanski, Phys. Rev. **36**. S. 219. 1930; R. Ladenburg u. S. Levy, Ztschr. f. Phys. **65**. S. 189. 1930; E. F. M. van der Held, ebenda **70**. S. 508. 1931; sowie eine demnächst an gleicher Stelle erscheinende Veröffentlichung von F. Reiche.

3) Vgl. Gl. (6), (7) und (8) S. 805 und 806. Die Vertauschbarkeit von $\mathfrak{N}$ und l (Beersches Gesetz) gilt solange, als $nk \sim \mathfrak{N}$, d. h. die Halbwertsbreite unabhängig von der Zentrenzahl ist.

4) Unter der Voraussetzung der Proportionalität von Gesamtemission und Gesamtabsorption, die hier allgemein, sowie bei Ladenburg-Reiche gemacht wird. Die geringe Verschiedenheit der Werte des Proportionalitätsfaktors zwischen Gesamtemission und G.A. für die beiden Komponenten des 2. Rb-H.S.-Gliedes wird bei den folgenden Berechnungen unberücksichtigt gelassen; das bedeutet, daß $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ mit I.V.$_w$ identifiziert wird.

Ist der Verlauf von nk bei den untersuchten Linien bekannt, so kann man also aus der hiernach berechneten Abhängigkeit der L.A. von der Zentrenzahl mit den an beiden Dublettkomponenten gemessenen $\mathfrak{k}$-Werten das Verhältnis $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ ermitteln. Vorausgesetzt wird dabei, daß die Halbwertsbreite für beide Komponenten gleich ist.

In den beiden Grenzfällen reiner Doppler- bzw. reiner Dispersionsverteilung des Absorptionskoeffizienten zeigt der $\mathfrak{k}$-Wert bei zunehmender Zentrenzahl bekanntlich folgenden Verlauf:

1. Dopplerverteilung: $\mathfrak{k}$ fällt von dem Wert 2 bei „unendlich dünner" Schicht mit wachsender Zentrenzahl monoton bis auf den Wert 1 ab, d. h. die L.A. erreicht einen Betrag von $100\,\%$.[1])

2. Dispersionsverteilung: Der $\mathfrak{k}$-Wert beginnt wieder mit dem Betrage 2 bei „unendlich dünner" Schicht, nimmt mit wachsender Zentrenzahl ziemlich rasch *monoton* ab und nähert sich einem (konstanten) *Grenzwert* vom Betrag $\sqrt{2} = 1{,}41$, der also einer L.A. von $\sim 59\,\%$ entspricht.[2])

Unabhängig von jeder Kenntnis über den Verlauf des Absorptionskoeffizienten nk kann man jedoch nach dem Vorgehen von Gouy (a. a. O.) aus der gemessenen Abhängigkeit zwischen $\mathfrak{k}$ und der Linienhelligkeit $\mathfrak{k} = f_1(J)$, sowohl die Abhängigkeit zwischen der Helligkeit und der Zentrenzahl $J = f_2(\mathfrak{N})$, als auch die Abhängigkeit zwischen $\mathfrak{k}$ und der Zentrenzahl ermitteln. Man findet also auf rein *experimentellem* Wege die Funktion $\mathfrak{k} = f_3(\mathfrak{N})$, die zur Bestimmung von $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ bzw. des I.V._w mittels der an den beiden Dublettkomponenten gemessenen $\mathfrak{k}$-Werte führt. Voraussetzung ist hierbei nur die Gültigkeit des Beerschen Gesetzes, also die Vertauschbarkeit von Zentrenzahl und Schichtdicke. Zufolge dieser Voraussetzung ist

$$\frac{J(2\,l)}{J(l)} = \mathfrak{k} = \frac{J(2\,\mathfrak{N})}{J(\mathfrak{N})},$$

also

$$J(2\,\mathfrak{N}) = \mathfrak{k} \cdot J(\mathfrak{N}).$$

Setzt man bei einem bestimmten $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}_0$ willkürlich $J = 1$ und $\mathfrak{N} = 1$, so wird

$$J(\mathfrak{N} = 2) = J(\mathfrak{N} = 1) \cdot \mathfrak{k}(\mathfrak{N} = 1) = 1 \cdot \mathfrak{k}_0,$$

$$J(\mathfrak{N} = 4) = J(\mathfrak{N} = 2) \cdot \mathfrak{k}(\mathfrak{N} = 2) = \mathfrak{k}_0 \cdot \mathfrak{k}(J = \mathfrak{k}_0).$$

Den Wert von $\mathfrak{k}$ für $J = \mathfrak{k}_0$ kann man der gemessenen Kurve $\mathfrak{k} = f_1(J)$ entnehmen und damit $J(\mathfrak{N} = 4)$ ausrechnen.

1) Vgl. L.R. III und R. Ladenburg u. S. Levy, a. a. O.
2) Vgl. L.R. I, II.

Indem man dieses Verfahren fortsetzt, erhält man die gesuchten Beziehungen $J = f_2(\mathfrak{N})$ und $\mathfrak{k} = f_3(\mathfrak{N})$. J sowohl wie $\mathfrak{k}$ sind in willkürlichen Einheiten angegeben; aus einem gemessenen $\mathfrak{k}$- bzw. J-Wert kann also niemals ein Absolutwert von $\mathfrak{N}$ ermittelt werden. Aus zwei gemessenen $\mathfrak{k}$-Werten ergibt sich jedoch das Verhältnis $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$.

An dem Beispiel des 2. Rb-Gliedes, bei dem nach den obigen Messungen das I.V.$_w$ bekannt ist, wurde dieses letzte Vorgehen zur Bestimmung des I.V.$_w$ bei merklicher Reabsorption geprüft. Zu diesem Zwecke wurde bei allmählicher Steigerung der Dampfdichte in der Flamme durch Konzentrationssteigerung der dem Zerstäuber zugeführten Lösung die Intensität beider Komponenten (J_1 und J_2) in durchweg einheitlichen, wenn auch relativem Helligkeitsmaß bestimmt (vgl. S. 792). Gleichzeitig wurden an beiden Komponenten auch die Helligkeiten $\mathring{J}_1$ und $\mathring{J}_2$ in der durch Spiegelung vergrößerten Schicht gemessen und nach der Beziehung (4) S. 794 die Größe $\mathfrak{k}$ bzw. die L.A. ermittelt.

Anordnung und Meßmethode ist die gleiche wie die in §§ 4 und 5 beschriebene. Die Aufnahmen wurden bei 14 verschiedenen Konzentrationen gemacht, die jeweils im Verhältnis 1 : 1,6 abgestuft waren; die dichteste Lösung enthielt etwa 50% RbJ. Die ganze Meßreihe konnte auf vier 9 × 12-Platten untergebracht werden, und zwar auf jeder Platte außer drei Vergleichsspektren (vgl. § 5) 11 Flammenaufnahmen. Die Spaltbreite betrug bei diesen Untersuchungen 0,5 mm. Als Lichtquelle wurde für diese Versuche die Leuchtgaspreßluftflamme verwendet. Um die erforderliche Konstanz der Anregungsbedingungen gewährleisten zu können, mußte die Flammentemperatur sorgfältig konstant gehalten werden. Es gelang während der ganzen Meßreihe die U.T. der Flamme jederzeit auf ± 4° konstant zu halten und zu reproduzieren; der Mittelwert der U.T. betrug bei den zur Auswertung herangezogenen Platten (Rb 47, Rb 48, Rb 49, Rb 51) : 2176° bzw. 2173° bzw. 2180° bzw. 2174° abs. Außerdem wurde der Gasstrom mittels der Rotamesser genau konstant gehalten, damit auch die von ihm mitgeführte Salzstaub*menge* konstant blieb.

Das Ergebnis der Linienabsorptionsmessung ist in Tab. 5 und Fig. 8 (Kurve I) dargestellt (die Größe $R/2\gamma$, die hier als Abszisse eingetragen ist, ist der Helligkeit J proportional. Auf ihre Bedeutung wird S. 807 und 810 eingegangen).

Die angegebenen Werte sind durch Mittelung über mehrere Messungen bei nahezu gleicher Dampfdichte erhalten; in Fig. 8 sind die $\mathfrak{k}_1$- und $\mathfrak{k}_2$-Werte mit demselben Zeichen eingetragen, da in ihrem speziellen Verlauf kein Unterschied feststellbar war. Dieses Verhalten rechtfertigt die obige Voraussetzung gleicher Halbwertsbreite. Ferner zeigt die Figur noch die für Dis-

Tabelle 5

J_1	$\mathfrak{k}_1$	J_2	$\mathfrak{k}_2$	V
0,22	1,97	0,56	1,94	2,54
0,65	1,97	1,57	1,91	2,42
1,07	1,93	2,50	1,81	2,34
1,33	1,94	3,19	1,85	2,40
1,75	1,89	4,12	1,75	2,35
2,40	1,84	5,14	1,69	2,14
3,17	1,79	6,76	1,65	2,13
5,20	1,66	9,92	1,53	1,91
5,90	1,59	10,32	1,53	1,76
7,68	1,55	13,46	1,52	1,75
10,63	1,56	18,08	1,50	1,70
11,97	1,55	19,32	1,54	1,61

(Bezeichnungen wie in den vorangehenden Tabellen)

persionsverteilung berechnete Funktion $\mathfrak{k} = \varphi\left(\frac{R}{2\gamma}\right)$. Beiden Kurven ist das stetige Abnehmen des $\mathfrak{k}$-Wertes bis zu einem konstanten Wert gemeinsam; der Betrag dieses konstanten

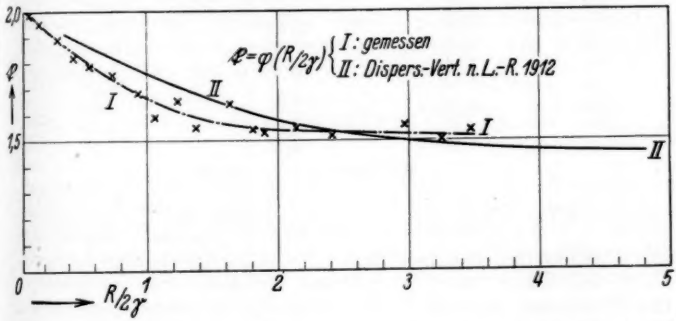


Fig. 8. Abhängigkeit des $\mathfrak{k}$-Wertes ($\mathfrak{k} = 2 - A_L$) von der Helligkeit $\left(\sim \frac{R}{2\gamma}\right)$ (Kurve I, gemessen am 2. Rb-Glied, Kurve II, berechnet für reine Dispersionsverteilung)

Wertes ist jedoch verschieden: $\mathfrak{k} = 1{,}52$ bis $1{,}51$ bei dem gemessenen und $\mathfrak{k} = 1{,}414$ bei dem berechneten Verlauf.

Um zu untersuchen, ob die Abweichung des gemessenen „Grenzwertes" von dem für Dispersionsverteilung berechneten vielleicht in der Anordnung begründet ist, wurden eine Anzahl unabhängiger Versuche an dem in der Nachbarschaft des Rb-Dubletts liegenden 1. Glied der Ca-H.S. (Singulettsystem) $\lambda = 4227$ ÅE unter genau den gleichen Be-

dingungen vorgenommen. Bei Verwendung von 40—60%iger $CaCl_2$-Lösung ergaben sich stets $\mathfrak{k}$-Werte, die zwischen 1,38 und 1,44 lagen, im Mittel also mit dem theoretischen Grenzwert 1,414 übereinstimmten.

Nach dem oben geschilderten Verfahren wurden aus der gemessenen Funktion $\mathfrak{k} = f_1(J)$ die Funktionen $J = f_2(\mathfrak{R})$ und $\mathfrak{k} = f_3(\mathfrak{R})$ berechnet.[1]) Geht man in diese letzte Kurve mit den jeweils bei gleicher Dampfdichte für beide Komponenten gemessenen $\mathfrak{k}$-Werten ein, so liefert das Abszissenverhältnis den Wert $\mathfrak{R}_2/\mathfrak{R}_1$ bzw. das $I.V._w$. Diese in Spalte 3 der Tab. 6 eingetragenen $\mathfrak{R}_2/\mathfrak{R}_1$-Werte sind durchaus unabhängig von der Dampfdichte; ihr Mittelwert 2,53 ist in guter Übereinstimmung mit dem direkt gemessenen Betrag des $I.V._w$.

Tabelle 6

$\mathfrak{k}_1$	$\mathfrak{k}_2$	$\mathfrak{R}_2/\mathfrak{R}_1$ aus	
		$\mathfrak{k} = f_3(\mathfrak{R})$ (gemessen)	$\mathfrak{k} = \varphi(\mathfrak{R})$ (berechnet)
1,908	1,789	2,54	2,57
1,88	1,731	2,60	2,88
1,838	1,68	2,43	2,68
1,787	1,612	2,43	2,63
1,791	1,608	2,55	2,76
1,721	1,551	2,58	2,50
1,678	1,54	2,52	2,10
1,648	1,531	2,35	1,93
1,58	1,52	3,02	1,50
1,544	1,516	2,32	1,21
		Mittelwert:	$2{,}53 \pm 0{,}12$

Dagegen zeigen die Werte der Spalte 4, die durch Eingehen mit den gemessenen $\mathfrak{k}$-Werten in die auf Grund von Dispersionsverteilung berechnete $\mathfrak{k} = \varphi(\mathfrak{R})$-Kurve erhalten sind, einen deutlichen Gang, der darauf hinweist, daß der Absorptionskoeffizient nk der untersuchten Linien nicht durch eine reine Dispersionsverteilung dargestellt wird. Das Ergebnis dieser Untersuchung sei noch einmal zusammengefaßt: Die Verwendung des Gouyschen Verfahrens führt im Falle merklicher Reabsorption zu einem $I.V._w$, das mit dem bei „unendlich dünner" Schicht gemessenen übereinstimmt; außerdem liefert es den Zusammenhang zwischen der G.A. bzw. Gesamtemission und der Zentrenzahl (in relativen Einheiten), ohne daß eine besondere Messung dieser letzten erforderlich ist.

§ 10. *Diskussion der L.A.-Messung und der hieraus abgeleiteten G.A.-Kurve auf Grund allgemeiner Gesetzmäßigkeiten.*

1) Hierzu wurde bei $\mathfrak{k} = 1{,}95 = \mathfrak{k}_0$, $J = 1$ und $\mathfrak{R} = 1$ gesetzt.

Messungen der L.A. unter ähnlichen Bedingungen wie in der vorliegenden Arbeit, d. h. bei Temperaturanregung und Fremdgasdruck von 1 Atm. sind bisher nur an den D-Linien des Na ($3\,^2P_{1/2,\,3/2} - 3\,^2S_{1/2}$) von Gouy sowie von Senftleben[1]) ausgeführt worden. Bei diesen Untersuchungen ergab sich übereinstimmend bei *großen* Helligkeiten ein $\mathfrak{k}$-Wert vom Betrage 1,41, der also auf Dispersionsverteilung hinweist. Diesen Grenzwert 1,41 erreicht die Größe $\mathfrak{k}$ jedoch nicht, wie bei einer reinen Dispersionsverteilung, in einem *monotonen* Abfall, sondern sie durchläuft bei *mittleren* Helligkeiten ein ganz charakteristisches *Minimum* vom Betrag 1,37, ehe sie stetig in den Wert 1,41 übergeht.[2]) Dieses Minimum hat sich als eine Folge der *Überlagerung* von Dispersions- und Dopplerverteilung im Absorptionskoeffizienten[3]) ergeben. Bei den vorliegenden Messungen am 2. Rb-Glied ist keinerlei Andeutung eines solchen Minimums zu bemerken, jedoch die bereits besprochene Abweichung von dem bei Dispersionsverteilung geltenden Verlauf.

Zur näheren Diskussion der gemessenen $\mathfrak{k}$-Kurve sowie der aus ihr folgenden G.A.-Kurve werde nun ausführlicher auf die im vorigen Paragraphen erwähnten Berechnungen der G.A. als Funktion der Zentrenzahl eingegangen. Die G.A. A_G ist definiert durch den Ansatz

$$A_G = J_0 \int_0^\infty d\omega \left(1 - e^{-A_0(\omega)\cdot l}\right), \tag{6}$$

wobei $J_0 = \text{const}$ die auffallende Intensität im Intervall $d\omega$ und $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ die Frequenz ist. In *allen* beobachtbaren Fällen liegt Überlagerung von Dopplerverteilung und Dispersionsverteilung in einer Linie vor, und diese letzte wiederum resultiert im allgemeinen[4]) aus der Überlagerung von Strahlungs-

1) G. L. Gouy, a. a. O.; H. Senftleben, Ann. d. Phys. **47**. S. 949. 1915.

2) Ähnlich sind auch die Bedingungen bei den Messungen von C. Weiß, Ann. d. Phys. [5] **4**. S. 923. 1930, am 2. Glied der diffusen Nebenserie des Na im Lichtbogen, da nach R. Mannkopf, Ztschr. f. Phys. **76**. S. 396. 1932, die Anregung im Gleichstromlichtbogen zu mehr als drei Viertel thermischer Art ist. Hier paßt sich der gemessene $\mathfrak{k}$-Wert in seinem ganzen Verlauf der auf Grund von Dispersionsverteilung berechneten Kurve an.

3) L.R. III; W. Schütz, Ztschr. f. Phys. **71**. S. 301. 1931.

4) Die typische Dispersionsform kann aber auch z. B. durch linearen Starkeffekt molekularelektrischer Felder in Dipolgasen erzeugt werden; vgl. V. Weißkopf, Phys. Ztschr. **34**. S. 22. 1933.

dämpfung und Stoßdämpfung, wobei die Stöße sowohl mit Fremdgasmolekülen wie mit gleichartigen Atomen stattfinden können (Eigengasverbreiterung).[1]) Die Absorptionskonstante $A_0(\omega)$ ist bei der Überlagerung von Doppler- und Dispersionsverteilung durch den Ansatz[2])

$$(7) \qquad A_0(\omega) = \frac{2\pi\varepsilon^2\mathfrak{N}}{mc\gamma}\int_0^\infty e^{-\alpha-\frac{\alpha^2}{4P^2}}\cdot\cos(x\alpha)\,d\alpha = \frac{2\pi\varepsilon^2\mathfrak{N}}{mc\gamma}\cdot J(P,x)^3)$$

gegeben, mit $x = \dfrac{\omega-\omega_0}{\gamma}$.

Die Bedeutung der Zeichen ist:

$\mathfrak{N}$ ..... Anzahl der klassischen Dispersionselektronen pro Kubikzentimeter mit der Eigenfrequenz ω_0;

$\gamma = \gamma_n + \dfrac{1}{\tau}$ gesamte Dämpfungsbreite additiv zusammengesetzt aus natürlicher Strahlungsdämpfung γ_n und mittlerer Stoßzahl pro Sekunde $1/\tau$;

l ..... Schichtdicke;

ε und m ... Ladung und Masse des Elektrons;

c ..... Lichtgeschwindigkeit;

$P = \dfrac{2c\gamma}{\sqrt{\pi}\,\omega_0\,\bar{q}} = \dfrac{\gamma}{\frac{\omega_0}{c}\sqrt{\frac{2R_0T}{\mu}}} = \gamma\dfrac{\sqrt{\ln 2}}{\delta}$ ... Parameter;

$\bar{q}$ ..... mittlere Geschwindigkeit;

T ..... absolute Temperatur;

μ ..... Atomgewicht;

R_0 ..... die absolute Gaskonstante;

δ ..... Dopplerbreite.

Nach Einsetzen von (7) in Gl. (6) und Umformung erhält man

$$(8) \qquad \begin{cases} \dfrac{A_G}{J_0\,2\gamma} = \dfrac{R}{2\gamma} = \displaystyle\int_0^\infty dx\left(1-e^{-C\cdot J(P,x)}\right), \\ \text{wenn} \quad C = \dfrac{2\pi\varepsilon^2}{mc}\cdot\dfrac{\mathfrak{N}\cdot l}{\gamma} \quad \text{ist,} \end{cases}$$

1) V. Weißkopf, a. a. O. und Ztschr. f. Phys. **75**. S. 287. 1932; ebenda **77**. S. 398. 1932.

2) F. Reiche, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**. S. 3. 1913. Der von Schütz und van der Held verwendete Ausdruck ist formal verschieden, aber mathematisch identisch mit Gl. (7), wie eine einfache Umrechnung zeigt. Dasselbe Problem wurde ferner behandelt von W. Voigt, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. München, Mathem.-physikal. Kl. 1912; vgl. hierzu auch M. Born, Optik, Berlin 1933, S. 482.

3) Der im allgemeinen für die Intensität verwendete Buchstabe J ist hier als Abkürzung für das Integral $\displaystyle\int_0^\infty e^{-\alpha-\frac{\alpha^2}{4P^2}}\cdot\cos(x\alpha)\,d\alpha$ eingeführt.

d. h. den Verlauf der Größe $R/2\gamma$ als Funktion von $C\left(\frac{R}{2\gamma} = \varphi(C)\right)$ bei einem bestimmten Wert des Parameters P; bei konstantem γ bilden C und $R/2\gamma$ ein eindeutiges Maß für die Zentrenzahl bzw. die G.A. Der Parameter P, der im wesentlichen durch das Verhältnis Dämpfungsbreite : Dopplerbreite gegeben ist, ist bestimmend für die Gestalt der Kurve. In den letzten Jahren sind von Schütz (a. a. O. 1930) sowie von van der Held (a. a. O.) für eine Anzahl von Werten des Parameters P Berechnungen der G.A. durchgeführt worden. Neuerdings hat Prof. Reiche entsprechende Rechnungen für z. T. andere Werte des Parameters ausführen lassen, die er mir freundlicherweise vor der Veröffentlichung zum Zwecke meiner Diskussion zur Verfügung stellte.[1])

Im Hinblick auf die einheitliche Darstellung der Kurven in Fig. 9 sei auf folgendes aufmerksam gemacht: Die Halbwertsbreite ist bei Reiche, wie allgemein üblich, durch die Beziehung $J(\omega_0 \pm \Delta\omega) = \frac{1}{2} J(\omega_0)$ definiert; dementsprechend sind in seinem Ansatz auch die hier in Frage stehenden Breiten γ und δ eingeführt. Bei Schütz und van der Held dagegen wird im Anschluß an Voigt die *doppelte* Halbwertsbreite der Dispersionsform (doppelte Stoßzahl $2/\tau$) und die *einfache* Halbwertsbreite der Dopplerform zur Berechnung des Parameters P herangezogen. Der gleiche Betrag des Parameters P ergibt also bei Reiche eine halb so große Dopplerbreite als bei Schütz und van der Held, und umgekehrt korrespondiert einem gewissen Wert des Parameters dieser Autoren ein halb so großer in der Darstellung von Reiche.

In Fig. 9 ist $\log R/2\gamma$ als Funktion von $\log C$ dargestellt.[2]) Eingezeichnet sind die Kurven für $P = 1$ und 0,1 nach Reiche, $P = {}^1/_{20}$ und ${}^1/_{200}$ umgerechnet nach van der Held und $P = \infty$, d. h. reine Dispersionsverteilung nach Ladenburg–Reiche 1913.

In Fig. 9a ist entsprechend der f-Wert in Abhängigkeit von $R/2\gamma$ (Maß für die Helligkeit) für $P = \infty$, 1 und 0,1 gegeben. Fig. 9 läßt drei wesentliche Gesetzmäßigkeiten erkennen, auf die in diesem Zusammenhang noch einmal besonders hingewiesen sei:

1. Mit *Anwachsen* des Parameters P nähern sich die Kurven mehr und mehr der Kurve, die durch reine Dispersionsverteilung bestimmt ist, und gleichen sich ihr in der Form immer besser an. Bei $P = 1$ ähnelt der Verlauf schon er-

1) Die Rechnungen sind durchgeführt für $P = 5, 3, 1, 0{,}5, 0{,}25, 0{,}1$ und werden demnächst an gleicher Stelle mitgeteilt werden.

2) Diese von Schütz und van der Held abweichende Darstellungsart wurde gewählt, um die Kurve für $P = \infty$ eintragen zu können.

heblich dem für $P = \infty$. Bei kleineren P-Werten zeigen die Kurven, worauf Schütz zuerst hinwies, *kein monotones* Anwachsen, sondern einen charakteristischen Wendepunkt. In seiner Umgebung steigt die G.A. nur wenig mit der Zentren-

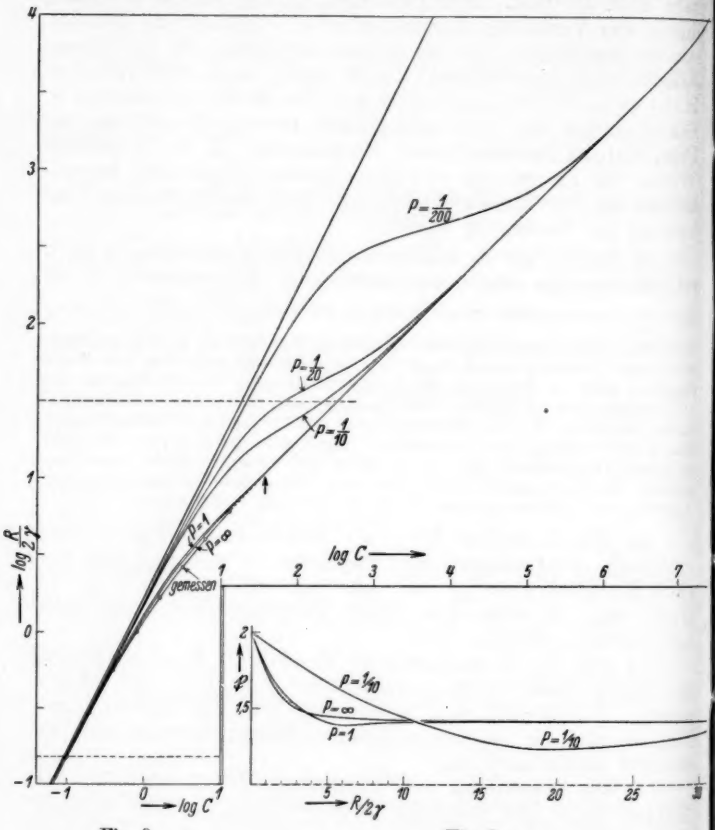


Fig. 9 Fig. 9a

Fig. 9. Abhängigkeit der Gesamtabsorption $\left(\sim \frac{R}{2\gamma}\right)$ von der Zentrenzahl ($\sim C$) bei Überlagerung von Dispersions- und Dopplerverteilung im Absorptionskoeffizienten für $P = \infty$, 1, 0,1, 0,05, 0,005

Fig. 9a. Abhängigkeit der Linienabsorption von der Gesamtabsorption bzw. Helligkeit für $P = \infty$, 1 und 0,1

zahl an, und zwar um so weniger, je kleiner P ist. Dieses Gebiet ist für $P = 1$ nur noch ganz wenig ausgeprägt; die Kurve für $P = 5$ deckt sich praktisch mit der für $P = \infty$. Bei der Betrachtung der G.A. kann man also in den meisten Fällen von $P = 1$ ab wie mit reiner Dispersionsverteilung rechnen. Die L.A.-Bestimmung ist empfindlicher, wie aus Fig. 9a zu ersehen ist. Die Kurve für $P = 1$ weicht in ihrem Verlauf noch deutlich von der für $P = \infty$ ab. Insbesondere ist bei ihr das charakteristische Minimum noch deutlich ausgeprägt, das durch das Auftreten des Wendepunktes in der G.A.-Kurve verursacht wird und um so tiefer und breiter ist, je kleiner P ist. Aber auch hier ist der Verlauf für $P = 5$ nahezu übereinstimmend mit dem für $P = \infty$.

2. Für *niedrige* Werte von C, also kleine Zentrenzahlen, nähern sich alle G.A.-Kurven allmählich dem bereits genannten allgemeinen Grenzgesetz.

$$R = \frac{A_G}{J_0} = \frac{4\pi^2 e^2}{2mc} \cdot \mathfrak{N} \cdot l. \tag{9a}$$

In Fig. 9 entspricht dieser Beziehung eine Gerade mit der Steigung 1.[1])

3. Für hinreichend *große* Werte von C, also hohe Zentrenzahlen, gehen alle Kurven in eine andere Gerade mit der Steigung $^1/_2$ über, die einem zweiten Grenzgesetz[2]) entspricht:

$$R = \frac{A_G}{J_0} = \sqrt{\frac{8\pi^2 e^2}{mc} \cdot \mathfrak{N} \cdot l \cdot \gamma}. \tag{9b}$$

Dieses Grenzgebiet, das sich gleichfalls zuerst nach den Berechnungen von Schütz zeigte, ist fast ebenso allgemeiner Art wie das erste, da der Dopplereffekt niemals allein die Linienform bestimmt; denn selbst bei Abwesenheit irgendeiner Stoßdämpfung ist mindestens die Strahlungsdämpfung vorhanden, die gleichfalls eine Dispersionsverteilung ergibt. Bei genügend hohem Betrag von C wird daher *immer* jenes Wurzelgesetz zu erwarten sein und ihm entsprechend für $\mathfrak{k}$ der Grenzwert $\sqrt{2} = 1{,}414$. Bemerkenswert ist schließlich, daß das Gebiet *zwischen* den beiden Grenzgesetzen mit abnehmenden Werten des Parameters an Ausdehnung gewinnt.

Es soll nun versucht werden, die für das 2. Rb-Glied experimentell gewonnene G.A.-Kurve in diese Kurvenschar ein-

1) Über die Bedeutung dieser Geraden zur Ermittlung des Betrages der Reabsorption durch Messung der L.A. vgl. C. Weiß, Breslauer Dissertation, Ann. d. Phys. [5] 1. S. 599. 1929. Teil III der Arbeit.

2) L.R. I, II, hier wurde es zunächst für *reine* Dispersionsverteilung gefunden.

zuordnen. Die Dopplerbreite δ beträgt bei diesen Versuchen am 2. Rb-Glied $\delta = 8{,}08 \cdot 10^9\,\mathrm{sec}^{-1}$; die Stoßbreite[1]) beim Zusammenstoß mit den Fremdgas- insbesondere den N_2-Molekülen in der Preßluftleuchtgasflamme $\gamma_{\mathrm{kin.}} = 18{,}4 \cdot 10^9\,\mathrm{sec}^{-1}$. Der Parameter P berechnet sich hiernach zu

$$P_{\mathrm{kin.}} = \frac{\gamma_{\mathrm{kin.}} \cdot \sqrt{\ln 2}}{\delta} = 1{,}9\,.$$

Aus den Versuchen von Mannkopf, Schütz und Minkowski[2]) an den D-Linien des Na bei Zusatz von N_2 läßt sich ein sogenannter „Stoßfaktor" $S = \frac{\gamma_{\mathrm{opt.}}}{\gamma_{\mathrm{kin.}}}$ bestimmen, der im Mittel den Wert 2,75 hat, wobei $\gamma_{\mathrm{opt.}}$ die durch optische Messungen bestimmte Linienbreite bedeutet. Bei Annahme des gleichen Stoßfaktors S für das 2. Rb-Glied erhält man nun einen Parameter vom Betrage

$$P_{\mathrm{opt.}} = \frac{\gamma_{\mathrm{kin.}} \cdot \sqrt{\ln 2} \cdot 2{,}75}{\delta} = 5{,}2\,.$$

Dementsprechend wurde versucht, die aus der Messung ermittelte $J = f_2(\mathfrak{R})$-Kurve in die für $P = 5$ berechnete $\frac{R}{2\gamma} = \varphi(C)$-Kurve überzuführen; die Kurven wurden hierfür an denjenigen Werten von $R/2\gamma$ und J zur Deckung gebracht, für die der t-Wert 1,95 ist.[3]) Dabei ergab sich die Kurve *„gemessen"* der Fig. 9. Sie zeigt ein monotones Anwachsen, liegt aber in bezug auf die „Grenzkurve" der reinen Dispersionsform *jenseits* der Kurven, die einem merklichen Einfluß des Dopplereffektes entsprechen. Versucht man das gleiche Verfahren bei der Kurve $P = 1$, — da für $P = 2$, das mehr dem Parameter $P_{\mathrm{kin.}} = 1{,}9$ entspricht, die Berechnung nicht vorliegt — so ergibt sich dasselbe Bild: Die gemessene Kurve bleibt *unterhalb* der für $P = \infty$ geltenden. Aus Fig. 9 ist zu ersehen, daß das Gebiet des Wurzelgesetzes durch die Messungen noch nicht ganz erreicht ist; die Kurve ist bis dahin extrapoliert. Der Bereich zwischen den beiden Grenzgesetzen ist verhältnismäßig klein. Es ist daher mit Sicherheit anzunehmen, daß die experimentell ermittelte Gesamtemissionskurve nicht in merklicher Weise durch den Dopplereffekt bestimmt ist. Das gleiche

1) Vgl. H. Kohn u. H. J. Hübner, a. a. O.

2) R. Mannkopf, Ztschr. f. Phys. **36**. S. 315. 1926; W. Schütz, ebenda **45**. S. 30. 1927; R. Minkowski, ebenda **55**. S. 18. 1929. Vgl. hierzu auch V. Weißkopf, a. a. O. 1933.

3) Hieraus ergab sich auch der Abszissenmaßstab in Fig. 8. In dieser Gleichsetzung liegt für alle Fälle eine Willkür, die aber um so geringer sein wird, je größer der t-Wert ist, an dem die Deckung erfolgt.

gilt für die direkt gemessene $\mathfrak{k} = f_1(J)$-Kurve; ihr Abweichen von der $\mathfrak{k}$-Kurve für reine Dispersionsverteilung folgt nicht aus der Einwirkung des Dopplereffektes. Dies ist auch unmittelbar aus den Darstellungen in Figg. 8 und 9a zu ersehen.

Ein Einfluß der Dipolwechselwirkung gleichartiger Atome (Eigengasverbreiterung) auf die Intensitätsverteilung in der Linie ist wegen der Kleinheit der f-Werte und des Partialdruckes des Rb-Dampfes im Vergleich zum Fremdgasdruck nicht anzunehmen.

Die Halbwertsbreite γ_w bei Eigengasverbreiterung[1]) ist

$$\gamma_w = \frac{\pi\,\varepsilon^2}{2\,m} \cdot \frac{f\,N}{\omega_0}; \tag{10}$$

(N = Anzahl der Atome im Kubikzentimeter; $f\,N = \mathfrak{N}$). Führt man diesen Ausdruck für γ_w in das sogenannte „Wurzelgesetz" (Gl. 9b) ein, so erhält man das interessante Resultat

$$R = \frac{2\,\pi^2\,\varepsilon^2}{m} \cdot \mathfrak{N} \cdot \sqrt{\frac{l}{\pi\,c\,\omega_0}}, \tag{11}$$

d. h. die G.A. nimmt bei großen Dampfdichten wieder proportional $\mathfrak{N}$ zu. Das I.V. engbenachbarter Komponenten ($\omega_1 = \omega_2$) wird dann

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_1}, \tag{12}$$

erreicht also den gleichen Wert wie in „unendlich dünner" Schicht. In diesem Falle ist aber nicht mehr Zentrenzahl $\mathfrak{N}$ und Schichtdicke l vertauschbar (Ungültigkeit des Beerschen Gesetzes)! Für den $\mathfrak{k}$-Wert ergibt sich demnach entsprechend dem Übergang von l zu $2\,l$ wieder der Grenzwert $\sqrt{2}$ und nicht der für „unendlich dünne" Schicht geltende Wert 2. Überwiegt die Eigengasverbreiterung die Verbreiterung durch Stöße mit Fremdgasmolekülen, so ist bei konstanter Temperatur auch der Parameter P proportional $\mathfrak{N}$, also eine Funktion der Dampfdichte.

Die Abweichungen in dem Verlauf der gemessenen L.A. und der daraus abgeleiteten G.A.-Kurve von dem für reine Dispersionsverteilung geltenden sind, wie gezeigt, nicht bedeutend und jedenfalls nicht auf den Einfluß des Dopplereffektes zurückzuführen. In der Art, wie die gemessene und berechnete G.A.-Kurve zur Deckung gebracht wurden (Gleichsetzung von $R/2\,\gamma$ und J für $\mathfrak{k} = 1{,}95$) liegt eine Willkür. Wir können mit gleicher Berechtigung die Helligkeitsskala der Messung und der Rechnung auch derart ineinander überführen, daß sich die gemessene G.A.-Kurve einer der berechneten in ihrem *ganzen* Verlauf möglichst gut anpaßt und wählen aus dem oben erwähnten Grunde (vgl. S. 809 und 810) diejenige für reine Dispersionsverteilung. Durch diese Transformation

1) V. Weißkopf, Ztschr. f. Phys. **75**. S. 287. 1932; **77**. S. 398. 1932.

ändert sich auch die Zuordnung zwischen den $\mathfrak{k}$-Werten und den Helligkeitswerten. In Fig. 10 ist der Zusammenhang zwischen dem gemessenen $\mathfrak{k}$-Wert und dieser veränderten Helligkeitsskala dargestellt, zusammen mit dem für reine Dispersionsverteilung berechneten. Für die Abweichung der beiden Kurven läßt sich zum mindesten qualitativ eine Erklärung aus der Hyperfeinstruktur[1]) der Rb-Linien ableiten.

Fig. 10

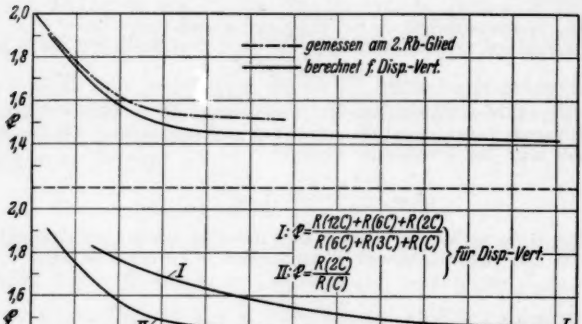


Fig. 10a

Fig. 10 u. 10a. Abhängigkeit der Linienabsorption von der Gesamtabsorption bzw. Helligkeit

Nach Jackson ist jede Linie in drei Komponenten 0,00, 0,11 und 0,19 cm^{-1} mit den relativen Intensitäten 6, 3 und 1 aufgespalten. Nimmt man an, daß die Komponenten völlig *isoliert* sind, so ist der resultierende $\mathfrak{k}$-Wert durch den Ausdruck

$$\mathfrak{k} = \frac{R(12\,\mathfrak{N}\,l) + R(6\,\mathfrak{N}\,l) + R(2\,\mathfrak{N}\,l)}{R(6\,\mathfrak{N}\,l) + R(3\,\mathfrak{N}\,l) + R(\mathfrak{N}\,l)} \tag{13}$$

gegeben. Berechnet man hiernach die $\mathfrak{k}$-Kurve für den Fall, daß in jeder einzelnen Komponente Dispersionsverteilung vorliegt, so erhält man Kurve *I* der Fig. 10a; Kurve *II* dieser Figur stellt den Verlauf von $\mathfrak{k}$ für *eine einzelne* Linie dar. Die Lage dieser beiden Kurven entspricht durchaus der, die in Fig. 10 die gemessene und die berechnete

1) D. A. Jackson, Nature 128, S. 34. 1931; H. Kopfermann, Naturwiss. 21. S. 24. 1933. Die Abweichungen zwischen Jackson und Kopfermann haben auf die folgenden nur prinzipiellen Erörterungen keinen Einfluß.

Kurve zeigen. Im besonderen ergibt sich auch, daß in der Kurve *I* der Grenzwert 1,41 erst bei *größeren* Helligkeiten als bei einer einfachen Linie erreicht wird. Allerdings ist in dem Verlauf des $\mathfrak{k}$-Wertes ein Gebiet mit annähernd konstantem Betrag von $\mathfrak{k}$, wie es die Messung ergibt, bei Kurve *I* nicht zu bemerken.

Bei den oben angegebenen Stoßbreiten $\gamma_{\text{kin.}} = 1{,}84 \cdot 10^{10}\,\text{sec}^{-1}$ bzw. $\gamma_{\text{opt.}} = 5{,}0 \cdot 10^{10}\,\text{sec}^{-1}$ *überlagern* sich bereits die Feinstrukturkomponenten, deren Abstand im Frequenzmaß $\Delta\omega = 2{,}07 \cdot 10^{10}$ und $3{,}58 \cdot 10^{10}\,\text{sec}^{-1}$ beträgt, so daß die einfache Beziehung (13) für $\mathfrak{k}$ nicht mehr anwendbar ist. Möglicherweise ist das Auftreten eines *konstanten* $\mathfrak{k}$-Wertes vom Betrag $\sim 1{,}5$ bei *mittleren* Helligkeiten auf diese Überlagerung zurückzuführen; eine rechnerische Behandlung dieses Problems ist in Angriff genommen.

§ 11. *Bestimmung des I.V.$_w$ aus dem Verlauf der Gesamtemission.* Die in § 9 näher erläuterte Meßreihe gestattet ferner aus den bei einer bestimmten Dampfdichte gemessenen Helligkeiten der Komponenten auch das I.V. zu ermitteln und zwar sowohl bei einfacher als auch bei durch Spiegelung vergrößerter Schicht. Das so bestimmte I.V. *verkleinert* sich mit zunehmender Helligkeit stetig und erreicht schließlich bei den größten beobachteten Helligkeiten, innerhalb der Fehlergrenze, wieder einen konstanten Wert, den unteren Grenzwert, vom Betrage 1,63 (gemittelt über eine Reihe von Messungen, bei denen das Produkt $\mathfrak{N} \cdot l$ noch im Verhältnis 1 : 1,8 gesteigert wurde; vgl. Tab. 8 Spalte 1, 2 und 3). Ein solcher Grenzwert ist auch ganz allgemein auf Grund des Wurzelgesetzes (9a) bei Gleichheit der Halbwertsbreite beider Komponenten zu erwarten. Das I.V. wird dann nämlich

$$\frac{J_2}{J_1} = \sqrt{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_1}}. \tag{14}$$

Da in dem vorliegenden Falle $\sqrt{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_1}} = \sqrt{2{,}58} = 1{,}61$ ist, so ist mit dem gemessenen Wert 1,63 der theoretisch untere Grenzwert in der Tat praktisch erreicht.

Da, wie oben erwähnt, die beobachtete Gesamtemissionskurve einen monotonen und überhaupt sehr ähnlichen Verlauf wie bei reiner Dispersionsverteilung zeigt, so wurde versuchsweise mit den jeweils bei gleicher Dampfdichte gemessenen Helligkeitswerten der beiden Komponenten in diese berechnete Kurve[1]) eingegangen und aus den zugehörigen Abszissen das Verhältnis $\mathfrak{N}_2/\mathfrak{N}_1$ bzw. das I.V.$_w$ gebildet. Die so gewonnenen Werte des I.V.$_w$ (Tab. 7, Spalte 4) zeigen keinerlei Gang, ihr Mittelwert 2,58 ist in bester Übereinstimmung mit dem direkt gemessenen I.V.$_w$.

1) L.R. I, II.

Tabelle 7

J_1	J_2	V	$\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}$; I.V.$_w$	J_1	J_2	V	$\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}$; I.V.$_w$
0,42	1,09	2,60	2,58	5,98	10,20	1,71	2,22
0,65	1,57	2,42	2,55	5,81	10,44	1,80	2,41
0,62*	1,60*	2,57*	2,66*	6,04*	11,86*	1,96*	2,81*
0,95*	2,26*	2,38*	2,61*	6,84*	12,45*	1,82*	2,58*
1,07	2,50	2,34	2,58	7,66*	12,85*	1,68*	2,32*
1,33	3,19	2,40	2,72	7,50*	12,97*	1,73*	2,43*
1,57*	3,47*	2,21*	2,49*	7,68	13,28	1,75	2,46
1,75	4,12	2,35	2,64	7,67	13,64	1,78	2,58
1,93*	4,50*	2,33*	2,64*	9,52	16,50	1,73	2,66
2,40	5,14	2,14	2,42	9,68*	16,60*	1,71*	2,62*
2,50*	5,60*	2,24*	2,61*	9,74*	17,05*	1,75*	2,72*
3,22	6,72	2,09	2,55	10,63	18,08	1,70	2,63
3,12	6,80	2,18	2,67	11,97	19,32	1,61	2,45
3,37*	6,84*	2,03*	2,48*	12,68*	20,96*	1,65*	2,59*
4,41*	8,84*	2,00*	2,65*	13,52*	22,43*	1,66*	2,62*
4,34*	8,96*	2,06*	2,76*	15,20*	24,35*	1,60*	2,49*
4,31	9,08	2,11	2,83				
5,20	9,92	1,91	2,57				

Mittelwert von $\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1} = 2{,}58 \pm 0{,}09$.

Mit * versehene Werte sind durch Spiegelung erhalten.

Die Möglichkeit dieses Vorgehens beruht lediglich auf der Ähnlichkeit des Kurvenverlaufes; es wird in entsprechenden Fällen, d. h. also für $P \gtrless 1$ immer anwendbar sein, bietet also einen einfachen Weg zur Bestimmung des I.V.$_w$ bei merklicher Reabsorption. Im allgemeinen gestattet es jedoch keineswegs Rückschlüsse auf den Verlauf des Absorptionskoeffizienten nk.

§ 12. *Zusammenfassung und Schluß.* Für die Emissionsmessung an höheren Gliedern der Rb- und Cs-Hauptserie wurde ein Knallgas- und ein Leuchtgaspreßluftbrenner konstruiert. Zur Flammenfärbung diente ein Zentrifugalzerstäuber nach Beckmann, der aber für die neuen Brenner zweckentsprechend abgeändert wurde. Die Temperatur der Flammen wurde nach der Umkehrmethode bestimmt; sie betrug $T = 2850$ bzw. 2176^0 abs.

Photographisch-photometrisch wurde zunächst das „wahre Intensitätsverhältnis“ (I.V.$_w$) der Komponenten des 2. und 3. Cs-Hauptseriengliedes in sogenannter „unendlich dünner“ Schicht der Lichtquelle gemessen. Am 2. Rb-Glied ergab sich in der Knallgasflamme der Wert **2,55**, in der Leuchtgaspreßluftflamme der Wert **2,58**. In der Leuchtgaspreßluftflamme wurde am

3. Rb-Glied der Wert **3,25**, am 3. Cs-Glied der Wert **8,0** gefunden.

Bei allen drei Dubletts zeigt sich ein ausgesprochenes Abweichen von dem durch die Burger-Dorgelosche Intensitätsregel geforderten Wert 2.

Aus der gemessenen Abhängigkeit der Linienabsorption von der Intensität der Linien wurde das $I.V._w$ am 2. Rb-Glied indirekt zu 2,53 bestimmt. Es wird gezeigt, daß der gemessene Verlauf der Linienabsorption dem bei reiner Dispersionsverteilung in gewissen Zügen ähnelt, aber doch merkliche Abweichungen von ihm aufweist. Dieser Verlauf ist nicht auf den Einfluß des Dopplereffektes zurückzuführen, sondern mit großer Wahrscheinlichkeit auf die Feinstrukturaufspaltung der Rb-Linien.

Durch Eingehen mit den jeweils bei gleicher Dampfdichte gemessenen Intensitäten der beiden Komponenten in die für reine Dispersionsverteilung berechnete Gesamtabsorptionskurve wird das $I.V._w$, gleichfalls indirekt, zu 2,58 ermittelt.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Frau Privatdozent Dr. H. Kohn durchgeführt. Für ihre große Anteilnahme an dem Ausbau der Methoden und dem Fortgang der Untersuchungen bin ich ihr zu außerordentlichem Danke verpflichtet.

Dem Institutsdirektor, Herrn Prof. Dr. Cl. Schaefer, danke ich für die große Bereitwilligkeit, mit der er mir die Mittel des Instituts zur Verfügung stellte, Herrn Prof. Dr. F. Reiche für sein förderndes Interesse bei der Diskussion der Ergebnisse.

Dem Kaiser Wilhelm-Institut für Physik, der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft und der Helmholtzgesellschaft sage ich für die Überlassung von Apparaten sowie Mitteln zur Herstellung der Lichtquellen meinen aufrichtigen Dank.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, April 1933.

(Eingegangen 4. Mai 1933)

Prinzipielle Bemerkungen über Wirkungsquerschnittmessungen an Gasmolekülen

Von H. L. Bröse

In einer in diesen Annalen kürzlich erschienenen Arbeit stellt sich R. Kollath[1]) die Aufgabe, die durch die sehr verschiedenen Methoden von Ramsauer und Townsend gewonnenen Ergebnisse über die Wirkungsquerschnitte von Gasmolekülen gegenüber sehr langsamen Elektronen in Einklang zu bringen. Ein früherer Vergleich[2]) der Resultate für Nichtedelgase hatte gezeigt, daß weitgehende Übereinstimmung herrschte zwischen den auf diesen beiden Wegen erhaltenen Querschnittskurven, soweit man sich auf die Maxima, Minima und die allgemeine Form der Kurven beschränkte. Um diese Kurven einander noch näher zu bringen, verwendet Kollath die jetzt vorliegenden Ergebnisse über die Winkelverteilung von langsamen Elektronen nach Zusammenstößen mit Gasmolekülen.[3]) Da die den beiden genannten Methoden zugrunde liegenden Prinzipien in einigen wichtigen Punkten voneinander abweichen, erscheint es lohnend, diese Differenzen einmal deutlich zu formulieren.

In der Townsendschen Methode bestimmt man experimentell *a*) die Wanderungsgeschwindigkeit W, mit der die Elektronen sich unter der Wirkung eines konstanten elektrischen Feldes durch das Gas bewegen, und *b*) die Bahngeschwindigkeit U (thermische Geschwindigkeit, *velocity of agitation*) der Elektronen im gleichen Felde. Die Ergebnisse werden dann untersucht nach den bekannten Methoden der kinetischen Gastheorie. Betrachten wir die Bewegungen von kleinen elektrisch geladenen Teilchen unter dem Einfluß eines konstanten elektrischen Feldes in einer künstlichen Atmosphäre von Kugeln, deren Masse groß ist im Vergleich mit der Masse der sich

1) R. Kollath, Ann. d. Phys. [5] **15**. S. 485—515. 1932.
2) H. L. Bröse und E. H. Saayman, Ann. d. Phys. [5] **5**. S. 797 bis 852, 1930.
3) C. Ramsauer und R. Kollath, Ann. d. Phys. [5] **9**. S. 756. 1931; [5] **10**. S. 143. 1931; [5] **12**. S. 529, 837. 1932.

bewegenden Teilchen, so ergibt sich ein Bewegungstyp, der sich vergleichen läßt mit dem experimentell beobachteten. Es erweist sich dann als notwendig anzunehmen, daß der Energieverlust der Elektronen in Zusammenstößen mit den Kugeln verhältnismäßig klein ist, aber nicht notwendigerweise so klein, wie er sein würde, wenn die in unserer mathematischen Hypothese angenommenen Kugeln vollkommen elastisch wären, wie in einer früheren von Pidduck ausgeführten Untersuchung gezeigt wurde. Ferner, wenn wir weiter annehmen, daß die Anzahl der Kugeln pro cm^3 gleich ist der Anzahl der Moleküle pro cm^3 des Gases; erweist es sich als notwendig, den Kugeln einen bestimmten Durchmesser zuzuschreiben; und bis zu diesem Punkt besteht eine gewisse Ähnlichkeit zwischen der wirklichen Bewegung, die beobachtet wird, und der Bewegung, wie sie auf Grund der künstlichen Hypothese berechnet wird. Betrachtet man jedoch Elektronen von verschiedenen Geschwindigkeiten, so findet man, daß sich große Unstimmigkeiten zeigen. Dies deutet darauf hin, daß die Bewegung in Wirklichkeit nicht dieselbe ist wie die, die erfolgen würde, wenn die angenommenen Kugeln irgendeinen einfachen bekannten Typ darstellten.

Diese Unstimmigkeiten lassen sich verschiedentlich ausdrücken. Nimmt man an, daß die Kugeln einen festen Durchmesser haben, welcher für einen gewissen Wert der thermischen Geschwindigkeit U bestimmt wurde, so ist es notwendig, anzunehmen, daß „die Natur der Zusammenstöße zwischen den Elektronen und den Molekülen möglicherweise nicht in gleicher Näherung den Zusammenstößen zwischen elastischen Kugeln für verschiedene Molekulargeschwindigkeiten gleichgesetzt werden kann".[1])

Man kann diese Unstimmigkeiten auch anders ausdrücken, indem man behauptet, daß bei dem Vergleich der beobachteten Bewegung mit der Bewegung von Teilchen in einer Atmosphäre von gewöhnlichen Kugeln es notwendig ist anzunehmen, daß die Kugeln verschiedenen Durchmesser haben bei verschiedenen Elektronengeschwindigkeiten. Man darf diese Behauptung jedoch nicht so auffassen, als besage sie, daß die Moleküle verschiedene Durchmesser annehmen, weil Teilchen an sie mit verschiedenen Geschwindigkeiten herankommen. Eine solche Behauptung würde jeglichen physikalischen Sinnes entbehren.

---

1) J. S. Townsend, Electricity in Gases, S. 182 (Oxford) oder auch Marx, Handb. d. Radiologie, Bd. I, Schlußworte des § 133.

Nichtsdestoweniger darf man nicht übersehen, daß es im Falle von einatomigen Gasen wichtige Gründe gibt, die zur Annahme führen, daß die Gegenstände, mit welchen die Elektronen zusammenstoßen, sphärisch symmetrisch sind, da man gefunden hat, daß der Energieverlust von Elektronen bei Zusammenstößen mit den Atomen annähernd der gleiche ist wie der Energieverlust, der stattfinden würde, wenn die Teilchen mit Gegenständen zusammenträfen, welche vollkommen glatt, elastisch und sphärisch symmetrisch wären. In dieser Hinsicht stimmen die Ergebnisse der Experimente über die Bewegung von Elektronen in einatomigen Gasen gut überein mit den Ergebnissen der Experimente zur Bestimmung der spezifischen Wärme. In den letzterwähnten Experimenten ist es notwendig anzunehmen, daß die zusammenstoßenden Massen glatt und sphärisch symmetrisch sind. Darauf wurde in Arbeiten von Townsend, Bailey und dem Verfasser hingewiesen.

Im allgemeinen darf man nicht vergessen, daß Ausdrücke wie „Größe," „Durchmesser," „Querschnitt" eines Moleküls notwendigerweise unbestimmt sein müssen, da sie sich stets auf eine künstliche Hypothese gründen. Um sich dies zu vergegenwärtigen, braucht man nur die Werte für den Querschnitt eines Moleküls zu betrachten, die durch verschiedene Methoden erhalten wurden. Zum Beispiel, wenn S der Querschnitt eines Wasserstoffmoleküls ist, wie er durch die Reibungstheorie bestimmt wird, so findet man, daß der Querschnitt eines Argonatoms

$$1{,}85\,S$$

ist. Werden jedoch die Querschnitte aus den Messungen berechnet, die bei der Bewegung von Elektronen in Gasen gewonnen wurden, so findet man, wenn Q der Querschnitt eines Wasserstoffmoleküls ist gegenüber Elektronen mit kinetischer Energie von 0,37 Elektronvolt, daß der Querschnitt des Argonatoms 0,018 Q ist; also zeigt sich ein Faktor von annähernd 100 in dem Unterschied zwischen den relativen Werten, die sich für Wasserstoff und Argon durch diese beiden Methoden ergeben. Dadurch tritt deutlich zu Tage, bis zu welchem Grade Zusammenstöße zwischen Elektronen und Molekülen sich unterscheiden von Zusammenstößen zwischen Elektronen und Molekülen untereinander. Diese Zahlen sind aus der mittleren freien Weglänge berechnet worden, und das bemerkenswerte dabei ist, daß die Festsetzung betreffs der mittleren freien Weglänge ziemlich die gleiche ist in der Reibungstheorie wie

in der von Townsend benutzten Theorie der Bewegungen von Elektronen.

Vergleichen wir nun unsere Experimente (d. h. die von Townsend und seinen Mitarbeitern) mit denen von Ramsauer, so sehen wir, daß die Festsetzung, die er über Zusammenstöße macht, sehr verschieden von der unsrigen ist. Kollath hat in seiner anfangs erwähnten Arbeit, eine interessante Diskussion gegeben über die Punkte, in denen sich eine Ähnlichkeit zeigt, sowie über jene, in denen Verschiedenheiten auftreten in den durch die zwei Methoden gewonnenen Ergebnissen. Von verschiedenen Seiten[1]) hat man auf die Bedeutung hingewiesen, die der Tatsache zukommt, daß die Ramsauerschen Werte in mancher Hinsicht gut mit den unsrigen übereinstimmen. Jedoch ist auch der Unterschied in den Absolutwerten, die die zwei Methoden ergeben, für die Molekülquerschnitte von Interesse, und die vor kurzem ausgeführten Experimente von Ramsauer und Kollath über die Winkelverteilung der gestreuten Elektronen beleuchten die Gründe, wodurch diese Unterschiede entstehen. Sie haben festgestellt, daß die Anzahl von Zusammenstößen, bei denen die Ablenkungen klein sind, von der Geschwindigkeit der Elektronen abhängt und daß im allgemeinen die großen Ablenkungen verhältnismäßig öfter auftreten bei kleineren Elektronengeschwindigkeiten.

In Ramsauers ursprünglichen Experimenten zur Bestimmung der Querschnitte hängen die Resultate nicht von der Größe der Ablenkung ab, solange die Ablenkung nicht kleiner ist als ein gewisser Wert, den wir hier nicht genauer zu definieren brauchen. Andrerseits entsteht ein fundamentaler Unterschied in unserer Ausdeutung der Bewegung, wenn man die Größe der Ablenkungen in Erwägung zieht; denn unsere mittlere freie Weglänge ist der durchschnittliche Weg, den ein Teilchen von kleiner Masse in einem Gase durchlaufen muß, bis alle Bewegungsrichtungen gleichwahrscheinlich werden. Es liegt auf der Hand, daß im Falle, wo alle Ablenkungen der Elektronen bei Zusammenstößen mit Atomen oder Molekülen sehr klein sind, viele Zusammenstöße nötig sind, bis alle Bewegungsrichtungen gleichwahrscheinlich werden, und in diesem Falle ist die mittlere freie Weglänge, die wir berechnen, viel größer als die, welche durch die Ramsauersche Methode bestimmt ist. Wenn wir das Molekül als sphärisch betrachten,

---

1) K. Darrow, Electrical Phenomena in Gases; G. P. Thomson, Conduction of Electricity in Gases, Bd. 2. S. 53.

so ist es unter diesen Umständen klar, daß es dann unmöglich ist, die Art der mechanischen Sphäre anzugeben, die dieselben Eigenschaften hat wie die wirklichen Moleküle gegenüber langsamen Elektronen. Diese Experimente (von Ramsauer und Townsend) sind beide von ihrem Standpunkt aus gleich interessant, da sie zum deutlichen Ausdruck bringen, daß unsere Annahme, daß die Moleküle oder Atome Sphären im mathematischen Sinne sind, ganz künstlich sei, wie es stets bekannt war.

University of Nottingham (England), Physics Department.

(Eingegangen 24. Mai 1933)

Diskussion einiger asymptotischer Entwicklungen, den vertikalen elektrischen Dipol betreffend

Von F. H. Murray

In einer Untersuchung gewisser bei der Berechnung des elektrischen Feldes eines vertikalen Dipols benutzter Integrale hat kürzlich Dr. K. Niessen[1]) gezeigt, daß die Integrationswege für die vom Verf.[2]) benutzten Integrale die Schnitte in den Riemannschen Flächen für die doppelwertigen Funktionen in den Integranden kreuzen. Gegenstand dieser Notiz ist der Nachweis, daß, während diese Entwicklungen formal richtig bleiben, bei einer zahlenmäßigen Berechnung eine eingehendere Diskussion dieser Riemannflächen nötig wird; und für gewisse Fälle, — wenn der Radiusvektor vom Dipol aus einen großen Winkel zur Horizontalen bildet und das Feld an der Erdoberfläche, das von dem Dipol an der Erdoberfläche herrührt, desgleichen, — wird die angenäherte Diskussion hier gegeben. Als eine Anwendung wird Sommerfelds Formel für kleine Abstandswerte abgeleitet.

1. In der Bezeichnungsweise von (A) wird das Feld eines vertikalen elektrischen Dipols im Punkte $(0, 0, h)$ ausgedrückt mittels gewisser Integrale, die keiner weiteren Erörterung bedürfen, und der Funktion:

$$(1)\qquad \begin{cases} I_1 = e^{a w} I(w) - e^{-a w} I(-w), \\ I(w) = \int_w^\infty \dfrac{e^{-a u + i k_1 \sqrt{r^2 + u^2}}}{\sqrt{r^2 + u^2}} \, du. \end{cases}$$

Mit der Transformation aus (A):

$$(2)\qquad x = \sqrt{r^2 + u^2} - \gamma u; \quad u = \frac{[\gamma x + \sqrt{x^2 - r^2 \delta^2}]}{\delta^2};$$

---

1) K. F. Niessen, Ann. d. Phys. [5] **16**. S. 810. 1933.

2) F. H. Murray, Asymptotic Dipole Expansion for small horizontal Angles. Proc. Cambr. Phil. Soc. **28**. S. 443. 1932; im folgenden mit (A) bezeichnet.

$$(3)\qquad \begin{cases} X = \sqrt{x^2 - r^2\delta^2} = u - \gamma\sqrt{r^2+u^2}, & = rT; \\ T = \sqrt{t\,(t+2\delta)}\,; & t = \dfrac{x}{r} - \delta \end{cases}$$

folgt:

$$(4)\qquad I(w) = \int_{x_1}^{\infty} \frac{e^{ik_1 x}}{X}\,dx = e^{ik_1 r\delta} \int_{\frac{x_1}{r}-\delta}^{\infty} \frac{e^{ik_1 r t}\,dt}{T},$$

wobei jedesmal auf solchem Wege integriert ist, daß im Unendlichen X oder T positiv unendlich wird: $\frac{X}{x} \to 1$; $\frac{T}{t} \to 1$.

Wenn die Riemannfläche für X einen Schnitt von $-r\delta$ nach $+r\delta$ hat, ist X eindeutig auf der aufgeschnittenen Fläche; das obere Blatt sei definiert als dasjenige, auf dem $\frac{X}{x} \to 1$, $x \to +\infty$. Ebenso sei das obere Blatt der Riemannfläche für T definiert als dasjenige, für das $\frac{T}{t} \to 1$; $t \to +\infty$. Wenn $\gamma = a - jb$, $a > 0$, $b > 0$, $a > b$,

$$X = u - a\sqrt{r^2+u^2} + jb\sqrt{r^2+u^2}.$$

Es folgt unmittelbar, daß für den speziellen Wert $u = a\sqrt{r^2+u^2}$ X rein imaginär ist, daher $x^2 - r^2\delta^2$ reell und negativ, und wenn der Integrationsweg den Wert $u = 0$ einschließt, verläuft der Weg auf der Riemannfläche für X zwischen den Punkten $-r\delta$ und $+r\delta$, für alle $u > 0$. Es können auch die beiden Werte für u bestimmt werden, für die x^2 oben oder unten gleich $r^2\delta^2$ ist; für diese Werte ist

$$X = |X|\,e^{\pm j\frac{\pi}{4}},$$

$$u - a\sqrt{r^2+u^2} = \varepsilon b\sqrt{r^2+u^2}, \quad \varepsilon = \pm 1.$$

Die beiden Werte sind

$$u_1 = r\frac{a-b}{\sqrt{1-(a-b)^2}}, \qquad u_2 = r\frac{a+b}{\sqrt{1-(a+b)^2}}$$

und X liegt auf dem oberen Blatt, wenn $u > u_2$, auf dem unteren, wenn $u < u_1$.

In der Gl. (2,1) in (A) ist der Integrationsweg so verstanden, daß er im oberen Blatt im Unendlichen liegt, also im unteren Blatt bei $u = w = 0$; für kleine numerische Abstände muß in der Berechnung von $J_2\sqrt{t}$ mit negativem Vorzeichen gesetzt werden, was gleichbedeutend damit ist, J_2 durch $-J_2$ zu ersetzen und das positive $\sqrt{a}$ zu benutzen. Diese Änderung

muß in Formel (6,3) vorgenommen werden, wenn J_2 berechnet wird mit $+\sqrt{1-\delta}$ aus (6,4):

$$(5)\quad V = \frac{P}{2} + \frac{2\,k_2^2}{k_2^4 - k_1^4}\left[-k_2^2\,\alpha\,e^{i\,s\,r}\,J_2(0) + k_1^2\,\alpha_2\,\bar{I} + \frac{k_2^2\,e^{i\,k_1\,r}}{r}\right].$$

Mit dem ersten Term von (6,4), (A):

$$J_2(0) = (2\,\delta)^{-1/4}\cdot 2\sqrt{1-\delta}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\varrho^k}{k!\,(2\,k+1)},\quad \varrho = i\,k_1\,r\,(1-\delta)$$

oder dem äquivalenten Ausdruck in Integralform:

$$J_2(0) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{i\,k_1\,r\,\delta}}\int_0^{\sqrt{\varrho}} e^{v^2}\,dv,$$

erhält man[1]) unter Vernachlässigung des zweiten Terms in der Klammer im Ausdruck für V und unter Anwendung des asymptotischen Ausdruckes für die Besselfunktion im Term P der Oberflächenwelle:

$$(6)\quad V = \frac{2\,k_2^4\sqrt{\delta}}{k_2^4 - k_1^4}\left[\delta^{-1/4} + j\sqrt{\pi\,\varrho}\,e^{-\varrho} - 2\sqrt{\varrho}\,e^{-\varrho}\int_0^{\sqrt{\varrho}} e^{v^2}\,dv\right]\frac{e^{j\,k_1\,r}}{r},$$

$$E_z = s^2\,V,\quad s = \frac{k_1\,k_2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}},\quad \delta = \frac{k_2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}.$$

Das ergibt die Sommerfeldsche Formel, wenn das Verhältnis k_1^2/k_2^2 zu vernachlässigen ist, $\delta = 1$ (ausgenommen für den Faktor 2).

2. Wenn der Winkel nicht klein ist, den der Radiusvektor vom Dipol zu dem Punkt bildet, in dem das Feld berechnet wird, und wenn $|k_1\,X| \gg 1$, so wird die entsprechende Entwicklung (2,3) aus (A):

$$(7)\quad I(w) = e^{i\,k_1\,(R\,-\,y\,w)}\left[\frac{\psi(a)}{\beta} + \frac{\psi'(a)}{\beta^2} + \frac{\psi''(a)}{\beta^3} + \cdots\right],$$

$$a = \frac{x_1}{r} - \delta,\quad \beta = -\,i\,k_1\,r,\quad \psi(t) = t^{-1/4}(t + 2\,\delta)^{-1/4} = T^{-1},$$

$$\psi(a) = \left(\frac{X}{r}\right)^{-1} = r\left[w - \gamma\sqrt{r^2 + w^2}\right]^{-1}.$$

Diese Entwicklung ist unzweideutig und gültig, wenn der Integrationsweg nicht in der Nähe der singulären Punkte verläuft; das ist der Fall, wenn $w > u_2$, nach dem vorigen Paragraphen.

---

1) B. van der Pol u. K. F. Niessen, Ann. d. Phys. [5] **6**. S. 274. 1930, Gl. (2).

Diese Bedingung ist nicht erfüllt, wenn $w < u_1$, wie bei Berechnung von $I(-w)$; aber wenn man zu $I(w)$ hinzu das Linienintegral I_c, dessen Weg im oberen Blatt im endlichen beginnt, einen kleinen Kreis um den Punkt $r\delta$ schreibt und auf einem Weg zurückkehrt, der im unteren unter dem ersten Teil des Weges liegt, wird

$$I_c = \int_{(r\delta)} e^{i k_1 x} \frac{dx}{X} = -2K_0(-ik_1 r\delta);$$

daher:

$$I(w) - 2K_0(-ik_1 r\delta) = I'(w), \tag{8}$$

worin $I'(w)$ ein Integral längs eines Weges im unteren Blatt ist, der in einen vollständig auf der rechten Seite des Anfangspunktes liegenden umgeformt werden kann. Also ist Entwicklung (7), oder (2,3) aus (A), gültig für das Integral $I'(w)$. Es ist leicht zu verifizieren, daß, wenn $w > u_2$ und $I(-w)$ aus der Formel $I(-w) = 2K_0(-ik_1 r\delta) + I'(-w)$ berechnet wird, der Oberflächenwellenterm aus dem Ausdruck für die Funktion V verschwindet.

Wenn $|k_1 X| \gg 1$, aber $0 < w < u_1$, so daß X auf dem unteren Blatt der Riemannfläche liegt für einen Teil des Integrationsweges, so muß sowohl $I(w)$ wie $I(-w)$ aus (8) berechnet werden mit der Entwicklung (7); für $I'(w)$ und $I'(-w)$ gilt Entsprechendes; also:

$$I_1 = 2K_0(-ik_1 r\delta)[e^{aw} - e^{-aw}] + e^{aw} I'(w) - e^{-aw} I'(-w).$$

In den übrigen Fällen ist $|k_1 X| \ll 1$, und Formel (2,7) ist gültig, wenn das Vorzeichen der Funktion $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{x_1}{r} - \delta}$ auf dem oberen Blatt positiv gesetzt wird, auf dem unteren Blatt negativ, also negativ bei der Berechnung von $I_2(-w)$; für die Übergangsfälle, $|k_1 X| \sim 1$, ist es ohne weitere Untersuchung nicht sicher, daß jede der in (A) benutzten Reihen schnell genug konvergiert, um von Wert zu sein.

Hinsdale, Illinois U. S. A.

(Eingegangen 29. April 1933)